
K
ZAGREB

$U = RI \quad W = UIt \quad P = UI$

$t = \frac{W}{P} \quad I = \frac{U}{R} \quad R = \frac{P}{I^2}$

$W = RI^2t \quad R = \frac{U^2}{P} \quad W = UIt$

$U = \sqrt{R/P} \quad I = \frac{W}{Ut} \quad P = RI^2$

$R = \frac{P}{I^2} \quad R = \frac{U}{I} \quad I = \frac{U}{R}$

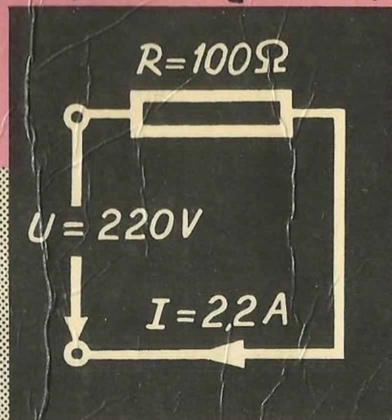
$U = RI \quad W = UIt \quad U = \sqrt{R/P}$

$t = \frac{W}{P} \quad I = \frac{U}{R} \quad R = \frac{P}{I^2}$

$W = RI^2t \quad R = \frac{U^2}{P} \quad W = RI^2t$

$U = \sqrt{R/P} \quad I = \frac{W}{Ut} \quad P = RI^2$

$R = \frac{P}{I^2} \quad R = \frac{U}{I} \quad t = \frac{W}{P}$



HUBERT MELUZIN

VJEŽBE I ZADACI IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE

IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE

1

70.1.1

Hubert Meluzin

VJEŽBE I ZADACI IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE

Svezak prvi

SREDNJA TEHNIČKA ŠKOLA
BUGOJNO
— BIBLIOTEKA —
Inventarni br. 185
Signat.



Naslov originala

Hubert Meluzin

ZÁKLADNÉ ELEKTROTECHNICKÉ VÝPOČTY I.

ALFA
VYDAVATELSTVO TECHNICKEJ A EKONOMICKEJ LITERATÚRY
BRATISLAVA

Hubert Meluzin

VJEŽBE I ZADACI
IZ
OSNOVA ELEKTROTEHNIKE

Svezak prvi

4. popravljeno izdanje

Sa slovačkog preveo
Zvonko Vistrička

TEHNIČKA KNJIGA
ZAGREB

Znak: 8901 S

Izdanje:
HUBERT MELUZIN
VJEŽBE I ZADACI IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE
Svezak prvi, četvrto popravljeno izdanje

Izdavač:
Izdavačka radna organizacija
TEHNIČKA KNJIGA
Zagreb, Jurišićeva 10

Za izdavača odgovara:
ZVONKO VISTRIČKA

Urednik izdanja:
SREĆKO ŠOŠTARIĆ

Stručni recenzent:
ŽELJKO HORVATIĆ

Tisak:
BIROGRAFIKA – Subotica

Tiskano u 3000 primjeraka

Tisak dovršen:
U SIJEČNJU, 1989.

© HUBERT MELUZIN, 1965.
© prijevoda: ZVONKO VISTRIČKA, 1967.

YU ISBN 86-7059-78-6

PREDGOVOR

Ovo četvrto izdanje izlazi uz neke popravke kojima je bio cilj da se poneki zadatak ili pojašnjenje učini još razumljivijim.

Budući da ovo djelo zajedno sa drugim sveskom i knjigom istoga autora „Elektrotehnika na lak način u 1054 pitanja i odgovora te 1009 slika", koju je Republički komitet za prosvjetu, kulturu, fizičku i tehničku kulturu SRH, odobrio kao literaturu za usmjereno obrazovanje u elektrotehničkoj struci i u ostalim strukama u kojima se izučava predmet Elektrotehnika, čini jedinstvenu cjelinu, dacima ponovno pružamo materiju koja im znatno olakšava savladavanje predmeta, a autoru Hubertu Meluzinu, nestoru slovačke elektrotehnike dar uz njegov skori osamdeseti rodendan.

Zagreb, siječnja 1989. *Izdavač*

PREDGOVOR PRVOM IZDANJU

Zbirke zadataka iz fundamentalnih tehničkih znanja danas su u suvremenoj nastavi neophodan sastavni dio školovanja u svim iole industrijski razvijenim zemljama. Takve zbirke, pored toga što ubrzavaju proces redovitog učenja te omogućuju samostalno svladavanje nastavnog gradiva, pridonose da već u najranijim kontaktima sa strukom dobijemo praktičke temelje za budući poziv.

Posve je logično da gradivo tih zbirki treba da bude tako odabrano i obrađeno da vodi tom cilju; mora, dakle, biti izneseno takvim stilom i popraćeno takvim ilustracijama da teoretska saznanja budu putem zadataka neposredno priključena na praksu i njene probleme.

Zbirka koju pružamo čitaocu kao prvi svezak koncipirana je upravo tako i služi tome cilju. Zadaci su brižljivo sastavljani u toku dugogodišnje autorove prakse i selekcionirani, te izdvojeni oni koji i s pedagoške i praktične strane najbolje odgovaraju zadatku ovakva djela.

Za razliku od slovačkog originala u ovom je prijevodu dosljedno primijenjen Međunarodni sistem jedinica (SI), a stanoviti broj primjera prilagođen je jugoslovenskoj praksi. Svi su crteži izrađeni u skladu s našim standardima, a ispušteni su neki primjeri koji su se ponavljali ili oni za koje sam smatrao da nisu najneophodniji. Tokom prevođenja trudio sam se da stil bude što pristupačniji korisniku, primjenjujući terminologiju uobičajenu u struci.

Dužnost mi je da se ovim putem zahvalim M. Brezinšćaku koji je s puno truda i savjesnosti obavio posao stručnog redaktora prijevoda, dosljednog uvođenja Međunarodnog sistema jedinica i primjene univerzalnih veličinskih jednadžbi.

Vjerujem da će djelo svojim sadržajem biti od velike koristi u efikasnijem obavljanju nastave i svladavanju nastavnog gradiva na tečajevima i u školama. Ono će, dakle, jednako dobro doći kako nastavnicima tako i polaznicima tečajeva za visokokvalificirane radnike, učenike srednjih stručnih i industrijskih škola elektrosmjera pa i studentima neelektrotehničkih fakulteta.

Pažljive čitatelje molim da mi na adresu izdavača upute dobronamjerne primjedbe na ovu knjigu, kako bi se eventualno naredno izdanje moglo učiniti još prikladnijim za učenje i praksu.

Z. Vistrička

SADRŽAJ

Stranica

IZRAČUNAVANJE OSNOVNIH ELEKTRIČKIH VELIČINA

1. Električna struja i količina elektrike

Pravila i formule

Električnu struju i količinu elektrike možemo uspoređivati s protokom vode i količinom vode. Pod *električnom strujom* razumijevamo gibanje električki nabijenih čestica. Najmanja čestica tvari je *elektron*; on nosi najmanju *količinu elektrike*, takozvani *elementarni električni naboj* ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ coulomba).

Količinu elektrike označujemo slovom Q, a mjerimo jedinicom coulomb (kratica: C). *Jakost električne struje I* (krače: »električna struja«) dobit ćemo ako količinu elektrike Q podijelimo s vremenom t, koje je potrebno dok ona proteče kroz neki promatrani presjek;

$$I = \frac{Q}{t} \cdot$$

Jedinica električne struje je *amper* (kratica: A). Između jedinica coulomb, amper i sekunda postoji veza, pa je

coulomb = amper × sekunda ili C = As.

Količina elektrike (naboj) Q koja je prošla presjekom vodiča za vrijeme t jednaka je umnošku električne struje I i trajanja strujanja t:

$$Q = I \cdot t.$$

Druga jedinica količine elektrike je *ampersat* (Ah), tj. količina elektrike koja prođe presjekom vodiča, npr. pri struji 1 A za 1 sat:

ampersat = Ah = 3 600 As = 3 600 C

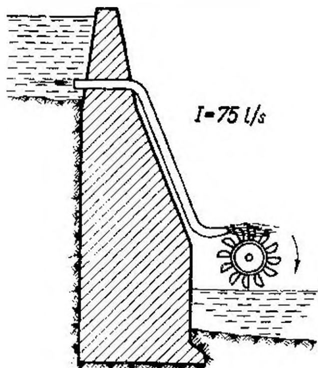
Veličina	Oznaka	Jedinica i oznaka	Formula
Količina elektrike	Q	coulomb, C (=As) ampersat, Ah	$Q = I \cdot t$
Električna struja	I	amper, A	$I = \frac{Q}{t}$



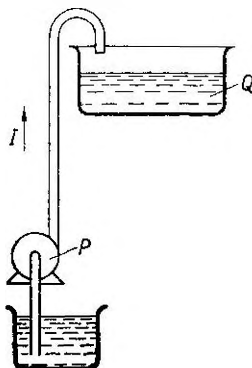
Vježbe

1 Voda teče cjevovodom od brane na lopatice turbine. Ako je protoka vode I 75 litara u sekundi, kolika će količina vode Q u litrama i kubičnim metrima proteći turbinom za 1 sat (sl. 1 – 1)?

$$Q = I \cdot t = 75 \frac{\mathrm{l}}{\mathrm{s}} \cdot 1\ \mathrm{h} = 75 \frac{\mathrm{l}}{\mathrm{s}}\ 3600\ \mathrm{s} = 270\,000\ \mathrm{l}\ (= 270\ \mathrm{m}^3).$$



Slika 1-1



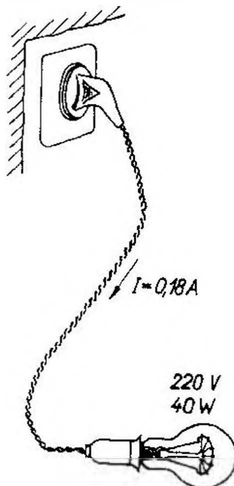
Slika 1-2

2 Posuda obujma Q = 3 hektolitra mora se napuniti vodom za jednu minutu. Kolika mora biti struja vode (protoka), tj. koliko litara vode mora pumpa P za jednu sekundu napumpati u posudu (sl. 1 – 2)?

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{3\ \mathrm{hl}}{1\ \mathrm{min}} = \frac{300\ \mathrm{l}}{60\ \mathrm{s}} = 5 \frac{\mathrm{l}}{\mathrm{s}}.$$

3 Kolika količina elektriciteta prođe žaruljom (40 W, 220 V) za 3 sata pri struji od 0,18 A (sl. 1 – 3)?

$$Q = I \cdot t = 0{,}18\ \mathrm{A} \cdot 3\ \mathrm{h} = 0{,}18\ \mathrm{A} \cdot 3 \cdot 3600\ \mathrm{s} =$$
$$= 1944\ \mathrm{As} = 1944\ \mathrm{C}\ \text{(kulona)}.$$



Slika 1-3

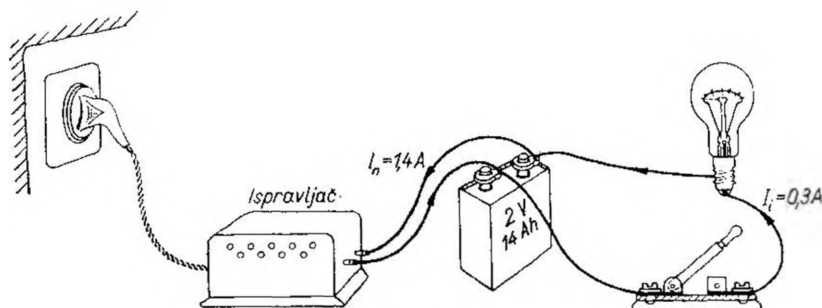
4 Olovni akumulator napona 2 V kapaciteta 14 Ah punio se strujom I_n = = 1,4 A. Koliko vremena se punio i praznio strujom I_i = 0,3 A preko žarulje (sl. 1–4)?
Gubitke ne uzimamo u obzir.

$$Q = I \cdot t; \quad t = \frac{Q}{I_n} = \frac{14\,\mathrm{A\,h}}{1{,}4\,\mathrm{A}} = 10\,\mathrm{h}.$$

Akumulator se je punio strujom od 1,4 A 10 sati. Punjenje i pražnjenje strujom I_i = 0,3 A trajalo je:

$$t = \frac{Q}{I_i} = \frac{14\,\mathrm{A\,h}}{0{,}3\,\mathrm{A}} \approx 47\,\mathrm{h}.$$

Žarulja je svijetlila 47 sati. Dok se akumulator nije ispraznio žaruljom je prošla količina elektriciteta od 14 Ah.



Slika 1-4

5 Napunjeni akumulator napona 4 V sadržava količinu elektriciteta od 28 A h. Koliko kulona sadrži? Kolikom će se strujom nabiti za 10 sati? Kolikom će se strujom isprazniti za 140 sati?

Budući da je 1 A h = 3600 A s, onda je:

$$28\,\mathrm{A\,h} = 3600 \cdot 28\,\mathrm{A\,s} = 100\,800\,\mathrm{C}$$

$$I_n = \frac{Q}{t} = \frac{28\,\mathrm{A\,h}}{10\,\mathrm{h}} = 2{,}8\,\mathrm{A}.$$

Akumulator se napuni strujom 2,8 A za vrijeme od 10 h.

$$I_i = \frac{Q}{t} = \frac{28\,\mathrm{A\,h}}{140\,\mathrm{h}} = 0{,}2\,\mathrm{A}.$$

Akumulator se strujom od 0,2 A ispraznio za 140 sati.

6 Kroz žicu je tekla struja od 20 A za vrijeme od 15 minuta. Kolika je količina elektriciteta protekla kroz žicu?

$$15 \text{ minuta} = 15 \times 60 = 900 \text{ s},$$

$$20 \text{ A} \times 900 \text{ s} = 18\,000 \text{ As} = 18\,000 \text{ C}.$$

7 Koliko ampersati je 96494 kulona (Faradayev naboj)?

$$1 \text{ Ah} = 3600 \text{ C} = 3600 \text{ As}$$

$$\frac{96\,494 \text{ C}}{3600 \text{ As}} = 26{,}88 \text{ Ah}.$$

Zadaci

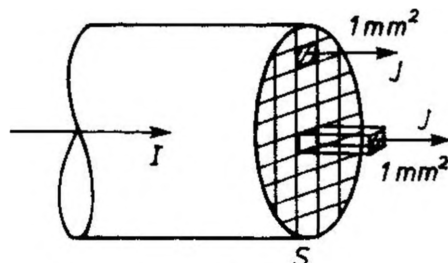
1. Akumulator kapaciteta 40 Ah mora se puniti strujom 4 A. Koliko će trajati punjenje ako zanemarimo gubitke (10 h)?
2. Koliki je električni naboj dao galvanski članak ako je davao 12 h struju od 0,05 A (0,6 Ah)?

2. Gustoća električne struje

Pravila i formule

Gustoća električne struje J ili strujno opterećenje je omjer jakosti struje I i presjeka vodiča S kroz koji struja teče (sl. 2–1).

$$J = \frac{I}{S}.$$



Slika 2-1

Veličina	Oznaka	Jedinica	Formula
Gustoća struje	J	A/mm²	$J = \frac{I}{S}$
Presjek vodiča	S	mm²	$S = \frac{I}{J}$
Struja	I	A	$I = J \cdot S$

Najveća gustoća struje je propisana zato da ne dođe do nedopuštenog zagrijavanja vodiča. Najveća dopuštena opterećenja strujom I za standardne presjeke izoliranih bakrenih i aluminijskih vodiča vidi u tablici 1.

Trajno dopušteno opterećenje izoliranih bakrenih i aluminijskih vodiča te nazivna struja za rastalne osigurače

za bakrene vodiče prema JUS. N. B2. 703/1952
za aluminijske vodiče prema VDE 0100/11. 58

TABLICA 1

Bakreni vodiči			Aluminijski vodiči		
Promjer mm	Presjek mm^2	Nazivna struja osigurača A	Promjer mm	Presjek mm^2	Nazivna struja osigurača A
0,96	0,75	—	1,80	2,5	10
1,10	1	6	2,25	4	15*
1,40	1,5	10	2,75	6	20
1,80	2,5	15*	3,50	10	25
2,25	4	20	4,50	16	35
2,75	6	25	5,60	25	50
3,50	10	35	—	—	—
4,50	16	50	—	—	—
5,60	25	60*	—	—	—

* Umjesto ovih osigurača mogu se upotrijebiti novo standardizirani osigurači od 16 odnosno 63 A.

Vježbe

1 Kroz okrugli vodič presjeka $S = 4\ mm^2$ teče struja $I = 10$ A. Kolika je gustoća struje J?

Gustoća struje je:

$$J = \frac{I}{S} = \frac{10\ A}{4\ mm^2} = 2{,}5\ A/mm^2.$$

O tome da li je gustoća dopuštena uvjerit ćemo se iz tablice 1.

2 Sabirnica ima pravokutni presjek 20 × 80 mm i vodi sruju $I = 1000$ A. Koliko je strujno opterećenje?

Presjek $S = 20 \times 80\ mm = 1600\ mm^2$

$$\text{Gustoća struje } J = \frac{I}{S} = \frac{1\,000\ A}{1\,600\ mm} = 0{,}62\ A/mm^2,$$

1 mm² vodiča opterećen je strujom 0,62 A.
(kroz 1 mm² teče struja 0,62 A).

3 Žica okruglog presjeka ima promjer 0,8 mm a dopuštena strujna opteretivost je 2,5 A/mm². Koliko velika struja može prolaziti ovom žicom a da zagrijevanje ne prekorači dopuštenu vrijednost?

Žica ima presjek $S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot (0{,}8\ \text{mm})^2}{4} = 0{,}5\ \text{mm}^2$.

Struja u žici $I = J \cdot S = 2{,}5\ \frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \cdot 0{,}5\ \text{mm}^2 = 1{,}25\ \text{A}$.

4 Dopuštena gustoća struje (opterećenje) za namot transformatora je $J = 2{,}5$ A/mm², a zavojima namota teče struja $I = 4$ A. Koliki najmanji presjek može imati vodič a da se namot ne zagrije iznad dopuštene vrijednosti?

Presjek vodiča $S = \frac{I}{J} = \frac{4\ \text{A}}{2{,}5\ \text{A/mm}^2} = 1{,}6\ \text{mm}^2$.

Tome odgovara žica promjera 1,42 mm.

5 Vodič od izolirane bakrene žice presjeka 4 mm² ima najveću trajno dopuštenu struju 20 A (prema tablici 1). Kolika je trajno dopuštena gustoća (opterećenje) struje? Izračunajte daljnje trajno dopuštene gustoće za standardne presjeke 1, 10, 16 mm².

U tablici 1. za presjek $S = 4$ mm² navedena je najveća trajno dopuštena struja $I = 20$ A.

Trajno dopuštena gustoća struje $J = \frac{I}{S} = \frac{20\ \text{A}}{4\ \text{mm}^2} = 5\ \text{A/mm}^2$.

Vodič presjeka 1 mm² ima trajno dopuštenu gustoću $J = \frac{I}{S} = \frac{6\ \text{A}}{1\ \text{mm}^2} = 6\ \text{A/mm}^2$.

Vodiču presjeka 10 mm² odgovara $J = \frac{35\ \text{A}}{10\ \text{mm}^2} = 3{,}5\ \text{A/mm}^2$.

Vodiču presjeka 16 mm² odgovara $J = \frac{50\ \text{A}}{16\ \text{mm}^2} = 3{,}13\ \text{A/mm}^2$.

Trajno dopuštena gustoća struje pada s porastom presjeka.

Zadatak

Namot transformatora opterećen je strujom $I = 4$ A. koliki mora biti presjek vodiča pri dopuštenoj gustoći struje $J = 2{,}5$ A/mm² (1,6 mm²)?

3. Izračunavanje otpora i vodljivosti iz dimenzija vodiča

Pravila i formule

Električni otpor je osobina vodiča koja zavisi o vrsti materijala i dimenzijama vodiča. Atomi koji su oslobođeni slobodnih elektrona u vodiču opiru se kretanju slobodnih elektrona, tj. struje. Predmet koji predstavlja električni otpor nazivamo *otpornik.*

Jedinica električnog otpora je ohm (Ω). Veće jedinice su 1 kΩ = 1000 Ω, 1 MΩ = 10^6 Ω.

Otpor jednoga ohma ima vodič kojim, uz napon od jednoga volta, prolazi struja od jednoga ampera.

To je otprilike otpor bakrene žice dugačke oko 57 m s presjekom 1 mm².

Otpor vodiča R direktno je proporcionalan umnošku specifičnog otpora ρ i dužine l, a indirektno proporcionalan presjeku vodiča S.

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Otpornost vodiča je karakteristično svojstvo tvari od koje je vodič izrađen.

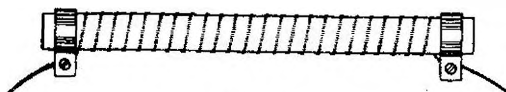
Koliko je puta veći otpor vodiča, toliko puta je manja njegova vodljivost i obrnuto. Vodljivost G je recipročna vrijednost otpora R, dakle $G = 1/R$.

Jedinica vodljivosti je *simens* (S), $S = 1/\Omega$.

Veličina	Oznaka	Imenovana jedinica i njena oznaka	Formula
Električni otpor	R	ohm, Ω	$R = \rho \frac{l}{S}$
Električna otpornost	ρ	—	$\rho = \frac{R S}{l}$
Električna vodljivost	G	siemens, S	$G = \frac{1}{R}$
Električna provodnost	$\varkappa$	—	$\varkappa = \frac{1}{\rho}$

Vježbe

1 Grijaće tijelo (sl. 3—1) za električnu peć ima spiralu od nikelinske žice 28 m dugačke s promjerom od 0,4 mm. Koliki je omski otpor?



Slika 3-1

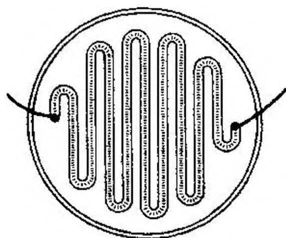
Omski otpor $R = \rho l/S$. Presjek žice je $S = \pi d^2/4 = \pi \cdot (0{,}4\ \text{mm})^2/4 = 0{,}126\ \text{mm}^2$.

Otpornost ρ nikelina (iz tablice 2) iznosi*: $0{,}4\,\Omega\,\text{mm}^2/\text{m}$.

$$R = \frac{\rho l}{S} = 0{,}4\ \frac{\Omega\ \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{28\ \text{m}}{0{,}126\,\text{mm}^2} = 89\ \Omega\,.$$

Otpor spirale približno iznosi: $R \approx 89\,\Omega$.

2 Električno kuhalo ima grijaće tijelo izvedeno prema slici 3—2. Žica je od konstantana, 15 m je dugačka, a promjer joj je 0,5 mm. Koliki je otpor grijaće spirale?



Slika 3-2

$$\text{Presjek žice } S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0{,}5\ \text{mm})^2}{4} \approx 0{,}2\ \text{mm}^2.$$

U tablici 2. nađena je otpornost konstantana: $= 0{,}5\,\Omega\text{mm}^2/\text{m}$.

$$\text{Otpor žice spirale bit će: } R = \rho\,\frac{l}{S} = 0{,}5\Omega\,\frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{15\ \text{m}}{0{,}2\ \text{mm}^2} = 37{,}5\Omega.$$

* U tablici 3. navedeni su detaljniji podaci za otporne materijale. Tablica je preuzeta iz djela Kaiser: Elektrotehnički priručnik, Tehnička knjiga, Zagreb, (opaska prevodioca).

3 Trebamo načiniti otpornik kojemu je otpor $R = 50\,\Omega$. Na raspolaganju imamo mangansku žicu promjera 0,5 mm. Koliko metara žice nam je potrebno?

Iz formule $R = \rho \cdot l/S$ slijedi izraz za dužinu $l = \dfrac{R \cdot S}{\rho}$.

Najprije je potrebno izračunati presjek S žice iz poznatog promjera 0,5 mm. (Za žice promjera 0,96 mm do 5,6 mm možemo presjek očitati iz tablice 1)

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0{,}5\ \text{mm})^2}{4} \approx 0{,}2\ \text{mm}^2.$$

Specifični otpor ρ za mangansku žicu očitamo iz tablice 2 ($0{,}42\,\Omega\,\text{mm}^2/\text{m}$).

$$\text{Dužina žice}\quad l = \frac{50\Omega \cdot 0{,}2\ \text{mm}^2}{0{,}42\Omega\ \text{mm}^2/\text{m}} = 23{,}8\ \text{m}.$$

4 Telegrafska željezna žica ima promjer 4 mm a dužinu 100 km. Izračunajte njen otpor.

Potrebno je da znamo ρ željeza i presjek S žice. Prema tablici 2. željezo ima $\rho = 0{,}13\,\Omega\,\text{mm}^2/\text{m}$

$$S = \frac{\pi \cdot 4^2\ \text{mm}^2}{4} = 12{,}56\ \text{mm}^2$$

$$R = \frac{\rho l}{S} = 0{,}13\,\frac{\Omega\ \text{mm}^2}{\text{m}}\ \frac{100\,000\ \text{m}}{12{,}56\,\text{mm}^2} = 1\,035\,\Omega\,.$$

Otpor telegrafskog voda dužine 100 km i promjera 4 mm iznosi $1035\,\Omega$.

5 Grijaći element iz otporne trake $0{,}2 \times 3$ mm ima pri dužini 40 m otpor $66{,}5\,\Omega$. Od kakve je otporničke žice izrađen otpornik?

Iz jednadžbe za otpor vodiča $R = \rho \cdot l/S$ dobit ćemo specifični otpor

$$\rho = \frac{R \cdot S}{l} = \frac{66{,}5\,\Omega \cdot 0{,}2\,\text{mm} \cdot 3\,\text{mm}}{40\,\text{m}} \approx 1\,\Omega\,\text{mm}^2/\text{m}.$$

Iz tablice 2 vidimo da je otpornost kromnikla $\rho = 1\,\Omega\,\text{mm}^2/\text{m}$, pa je otpornik izveden od tog metala.

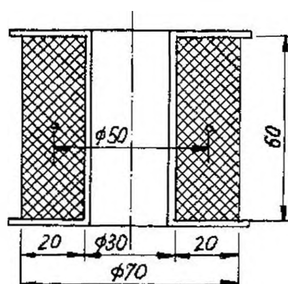
6 Od nikelinske žice treba izraditi reostat s otporom 10 Ω. Treba izračunati presjek (promjer) žice, ako je njena dužina 12,5 m.

Iz tablice 2. očitamo $\rho = 0,4\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m}$. Iz $R = \rho l/S$ dobit ćemo presjek žice

$$S = \frac{\rho \cdot l}{R} = \frac{0,4\ \dfrac{\Omega\ \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot 12,5\ \text{m}}{10\ \Omega} = 0,5\ \text{mm}^2.$$

$S = 0,5\ \text{mm}^2$ (promjer $d = 0,8$ mm).

7 Zavojnica je namotana iz emajlirane bakrene žice promjera 0,8 mm (s izolacijom 0,87 mm). Izračunajte njen otpor (sl. 3—3).



Slika 3-3

Jedan red ima 60 mm/0,87mm = 69 zavoja.

Broj redova 20 mm/0,87 mm = 23.

Zavojnica ima 69 × 23 = 1 587 zavoja. Dužina srednjeg zavoja je $\pi \cdot d = \pi \cdot 50$ mm = 157 mm (d = 70 mm − 20 mm = 50 mm).

Dužina svih zavoja je

$$l = 157\ \text{mm} \cdot 1\,587 = 249\,000\ \text{mm} = 249\ \text{m}.$$

$$\text{Presjek žice } S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (0,8\ \text{mm})^2}{4} = 0,5\ \text{mm}^2.$$

$$\text{Otpor namota } R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{0,0178\ \dfrac{\Omega\ \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot 249\ \text{m}}{0,5\ \text{mm}^2} = 8,86\ \Omega.$$

8 Električni vod izveden je iz aluminijske žice promjera 2,5 mm, 600 m ukupne dužine. Koliki je otpor voda?

$$\text{Presjek je } S = \frac{\pi \cdot 2{,}5^2}{4} = 4{,}9 \text{ mm}^2$$

Otpornost $\rho = 0{,}033$ (tab. 2)

$$R = \rho \frac{l}{S} = 0{,}033 \frac{600}{4{,}9}$$

$$R = 4{,}040\ \Omega$$

9 Treba izračunati otpor bakrene žice dugačke 2,5 km, presjeka 10 mm². Za bakrenu žicu $\rho = 0{,}0178\ \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$, $l = 2500$ m, $S = 10 \text{ mm}^2$ otpor iznosi

$$R = \frac{\rho l}{S} = \frac{0{,}0178 \cdot 2500}{10} = 4{,}5\ \Omega.$$

10 Treba izračunati otpor žice od nikelina specifičnog otpora $0{,}4\ \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$, promjera 0,8 mm, duljine 100 m.

$$\text{Presjek je } S = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{0{,}8^2 \cdot 3{,}14}{4} = 0{,}5 \text{ mm}^2.$$

Uz navedenu otpornost, otpor žice je

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{0{,}4 \cdot 100}{0{,}5} = 80\ \Omega.$$

11 Koliki presjek mora imati žica od aluminija ako otpor od izvora struje do trošila ne smije biti veći od 0,5 Ω, a trošilo je 50 m daleko?

Uzmimo da je otpornost aluminija $\rho = 0{,}029$, uz $R = 0{,}5\ \Omega$, $l = 2 \times 50 = 100$ m (tamo i natrag) imamo:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S}, \text{ odavle } RS = \rho l \text{ i konačno}$$

$$S = \frac{\rho \cdot l}{R} = \frac{0{,}029 \cdot 100}{0{,}5} = 5{,}8 \text{ mm}^2.$$

Zadaci

1. Koliki je otpor vodiča od aluminija presjeka 2,5 mm^2 i dužine 300 m (3,6 Ω).
2. 200 m žice presjeka 4 mm^2 ima otpor 6,5 Ω · Pronađite materijal vodiča (Fe).
3. Otpor spirale električnog kuhala je 24 Ω. Koliko duga mora biti kromniklena žica za tu spiralu, ako je presjek žice 0,3 mm^2 (6,5 m)?

TABLICA 2

Specifični otpor i temperaturni koeficijent otpora nekih kovina i slitina

Materijal	Specifični otpor ρ pri 20°C $\frac{\Omega\, mm^2}{m}$	Temperaturni koeficijent otpora 1/°C
Bakar	$0{,}0178 = \frac{1}{57}$	0,004
Bronza	0,02...0,028	0,001
Aluminij	$0{,}033 = \frac{1}{30}$	0,0037
Željezo	0,13 ... 0,18	0,0048
Mjed (žuta)	0,07 ... 0,08	0,0015
Nikelin	0,4	—
Kromnikal (Cekas)	1 ... 1,1	—
Konstantan	0,5	—
Manganin	0,42	—
Srebro	0,016	0,0038
Platina	0,094	0,0024
Ugljen	50 ... 100	negativni

TABLICA 3

Otporni materijali*

Naziv materijala	Sastav legure	Spec. masa	Najviša radna tempe-ratura	Spec. otpor	Temp. koef. otpora
	%	kg/dm³	°C	Ωmm²/m	1/°C·10⁻³
Advance	55 Mn, 45 Ni	8,9	500	0,49	±0,02
Brightray	80 Ni, 20 Cr	8,35	1100	1,03	0,1
Cekas	65 Ni, 20 Fe, 15 Cr	8,3	1100	1,13	0,09
Cekas extra	75 Fe, 20 Cr, 5 Al	7,1	1300	1,4	0,05
Chromel A	80 Ni, 20 Cr	8,3	1100	1,04	0,11
Chromel C	61 Ni, 23 Fe, 16 Cr	8,24	900	1,12	0,26
Cronifer II	63 Ni, 20 Fe, 15 Cr, 2 Mn	8,25	1100	1,12	0,11
Cronifer III	29 Ni, 48,5 Fe, 20 Cr, Mn, Si	7,9	1000	1,03	0,35
Cupro	80 Cu, 20 Ni	8,97	350	0,26	0,29
Dullray	34 Ni, 62 Fe, 4 Cr	8,13	550	0,91	1,05
Eureka, ferry	56-60 Cu, 44-40 Ni	8,92	350	0,48	~ 0
Glowray	65 Ni, 20 Fe, 15 Cr	8,27	850	1,06	0,20
Kanthal A	Fe, Cr, Al, Co	7,15	1300	1,39	0,049
Kanthal Al	Fe, Cr, Al, Co	7,1	1350	1,45	0,033
Kanthal DS	Fe, Cr, Al, Co	7,25	1150	1,35	0,065
Konstantan	57 Cu, 43 Ni	8,9	350	0,49	±0,05
Lucero	30 Cu, 70 Ni	8,90	500	0,48	1,0
Manganin	84 Cu, 12 Mn, 4 Ni, Fe	8,19	300	0,48	±0,015
Megapyr I	65 Fe, 30 Cr, 5 Al	7,1	1350	1,40	0,016
Megapyr II	76,5 Fe, 20 Cr, 3,5 Al	7,4	1200	1,17	
Monel	30 Cu, 67 Ni Fe, Mn	8,8	425	0,48	2,0
Nichrom I	65 Ni, 22 Fe, 11 Cr, Mn, Si	8,25	900	1,12	0,17
Nichrom V	80 Ni, 20 Cr	8,4	1100	1,08	0,13
Nikelin	67 Cu, 30 Ni, 3 Mn	8,7	300	0,40	0,22
Nilvar	Fe, Ni	8,08	500	0,8	1,35
Novo srebro	62 Cu, 22 Zn, 15 Ni, Fe, Mn	8,95	400	0,34	0,25
Ohmax	71,5 Fe, 20 Cr, 8,5 Al	6,80	1200	1,67	0,067
Radiohm	83 Fe, 13 Cr, 4 Al	7,30	1000	1,33	0,7
Tophet A	80 Ni, 20 Cr	8,42	1100	1,08	0,1
Željezna žica		7,7	300	0,13	4,4
Željezo lijevano			600	0,70	

* Primjedba: Sastav legura, izradba i karakteristike stalni su samo kod materijala, koji su proizvod jednog proizvođača te im je i naziv zaštićen (npr. kanthal A, kanthal Al, kanthal DS). Međutim nazivi kao konstantan, manganin i nikelin obuhvaćaju zapravo grupe srodnih legura.

Evo graničnih vrijednosti:

Konstantan: 43-60% Cu, 40-55% Ni, eventualno Fe, Mn, C; $\rho = 0,48\text{-}0,51$.

Manganin: 70-86% Cu, 2-12% Ni, 2-25% Mn; $\rho = 0,42\text{-}0,48$.

Manganin (sa Zn): 53% Cu, 2,5% Ni, 1,7% Mn, 39% Zn, 2,7% Sn, 0,2% Al.

Nikelin: 54-67% Cu, 22-31% Ni, 0-20% Zn, 2-3% Mn; $\rho = 0,36\text{-}0,44$.

4. Utjecaj temperature na električki otpor

Pravila i formule

Otpor kovina se zagrijavanjem povećava.

Temperaturni koeficijent otpora α prikazuje kako temperatura utječe na promjenu otpora vodiča. Koeficijent α je naveden u tablici 2 i 3.

Otpor zagrijanog vodiča = normalni otpor pri 20°C + prirast otpora pri promjeni temperature za t – 20°C.

$$R_t = R_{20} + \alpha R_{20} (t - 20°C)$$

$$R_t = R_{20} [1 + \alpha (t - 20°C)].$$

Vježbe

1 Bakrena žica 1 km dugačkog voda ima presjek 4,15 mm². Koliki je njen otpor pri temperaturi +50 C, a koliki pri –20 C?

Otpornost bakra je pri 20°C $\rho = 0{,}0178\ \Omega\,mm^2/m$, a pripadna provodnost $\varkappa = 1/\rho = 57\ S\,m/mm^2$.

Temperaturni koeficijent $\alpha = 0{,}004/°C$ (tablica 2).

Otpor voda pri temperaturi 20°C je

$$R_{20} = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{57\ S\ m/mm^2} \cdot \frac{1\,000\ m}{4{,}15\ mm^2} = 4{,}22 \frac{1}{S} = 4{,}22\ \Omega.$$

Pri višoj temperaturi (50 C) otpor voda je veći. Povišenje otpora možemo izraziti slikovito:

Svaki om poveća svoj otpor za α – puta pri povišenju temperature za 1°C, tj. za 4‰.

Otpor voda pri 20°C je 4,22 Ω, pa povišenje otpora pri povišenju temperature za 1°C iznosi 4,22 Ω · 0,004. U našem se je slučaju temperatura povisila za 30°C (50 – 20), pa će ukupno povećanje otpora biti: 4,22 Ω · 0,004 · 30 = 0,51 Ω.

Ukupni će otpor voda pri 50°C biti: 4,22 Ω + 0,51 Ω = 4,73 Ω.

Prema formuli

$$R_{50} = R_{20}\ [1 + \alpha (t - 20°C)]$$

$$R_{50} = 4{,}22\ \Omega\ (1 + 0{,}004 \frac{1}{°C} \cdot 30°C)$$

$$R_{50} = 4{,}22\ \Omega \cdot 1{,}12 = 4{,}73\ \Omega.$$

Otpor voda pri $-20°C$

$$R_{-20} = R_{20}\ [1 + \alpha\,(-20°C - 20°C)] = 4{,}22\,\Omega\,(1 - \alpha \cdot 40°C)$$

$$R_{-20} = 4{,}22\,\Omega \cdot 0{,}84 = 3{,}54\,\Omega.$$

2 Zašto se pri proračunima namota električnih strojeva uzima otpornost $\rho = 0{,}0217\ (= 1/48)\ \Omega\,mm^2/m$ umjesto $\rho = 0{,}0178\ (= 1/75)\ \Omega\,mm^2m$?

(Spomenuti specifični otpori vrijede za različite temperature).

$$R_t = R\ (1 + \alpha \cdot \Delta\,t),$$

gdje je razlika temperatura

$$\Delta\,t = t - 20°C$$

$$R_t = R + R \cdot \alpha \cdot \Delta\,t.$$

Iz te relacije dobivamo

$$\Delta t = \frac{R_t - R}{R \cdot \alpha}.$$

Otpornost ρ je proporcionalna otporu R ($R = \rho \cdot l/S$), pa zato umjesto ukupnog otpora R možemo napisati

$$\Delta t = \frac{\rho_t - \rho}{\rho \cdot \alpha}$$

$$\Delta t = \frac{(0{,}0217 - 0{,}0175)\ \Omega mm^2/m}{0{,}0175\ \Omega mm^2/m \cdot 0{,}004 \frac{1}{°C}} = \frac{0{,}0042°C}{0{,}00007} = \frac{420\,°C}{7} = 60°C.$$

$$\Delta t = 60°C.$$

Povećana vrijednost otpornosti uzima se, dakle, zato, jer stroj ima povišenu temperaturu (u našem slučaju $20°C + 60°C = 80°C$).

3 Koliko iznosi električna otpornost bakra pri 100°C?

Otpornost bakra pri 20°C iznosi $0{,}0178\,\Omega mm^2/m$. Pri 100°C porast temperature prema 20°C iznosi $100 - 20 = 80°C$. Prema tome je

$$R_{20} = \rho = 0{,}0178\,\Omega mm^2/m;\ \alpha = 0{,}004;\ t = 80°C,$$

$$\rho_{100} = \rho\,(1 + \alpha t) = 0{,}0178\,(1 + 0{,}004 \cdot 80) = 0{,}0178\,(1 + 0{,}32) = 0{,}018 \cdot 1{,}32 =$$
$$= 0{,}0237\,\Omega\,mm^2/m.$$

4 Otpor neke žarulje iznosi $484\,\Omega$ kad ova svijetli. Pritom je volframova nit žarulje usijana na temperaturu 2500°C. Koliki je otpor žarulje u hladnom stanju, recimo pri 20°C, tj. kad ona ne svijetli?

$R_t = 484\,\Omega$; $\alpha = 0{,}045$ (volfram); $t = 2500 - 20 = 2480°C$

$R_t = R_{20}(1 + \alpha t) = R_{20}(1 + 0{,}0045 \cdot 2480) = R_{20}(1 + 11{,}2)$

$R_t = 12{,}2 R_{20}$, odnosno

$$R_{20} = \frac{R_t}{12{,}2} = \frac{484}{12{,}2} = 39{,}7\,\Omega.$$

5 Dobili smo zadatak da napravimo kuhalo koje treba imati otpor od 71 Ω pri 600°C. Koliko dugačka mora biti žica ako u tu svrhu upotrijebimo žicu od kromnikla promjera 0,5 mm?

Električna otpornost kromnikla pri 20°C iznosi $\rho = 1{,}1\,\Omega mm^2/m$. Pri 20°C ne bi žica kuhala imala 71 Ω nego manje:

$$R_{600} = R_{20}(1 + \alpha t) = R_{20}(1 + 0{,}00013 \cdot 580) = R_{20} \cdot 1{,}075;$$

$$R_{20} = \frac{R_{600}}{1{,}075} = 65{,}5\,\Omega.$$

$$S = \frac{d^2\pi}{4} = \frac{0{,}5^2\pi}{4} = 0{,}196\,mm^2;\ R_{20} = \frac{\rho l}{S}\ \text{i}\ l = \frac{R_{20} S}{\rho} = \frac{65{,}5 \cdot 0{,}196}{1{,}1} = 11{,}7\,m.$$

Zadaci

1. Koliku ima temperaturu zavojnica namotana iz bakrenog vodiča dužine 350 m, presjeka 1 mm², ako je njen otpor u radnom stanju $R_t = 10{,}5\,\Omega$? (Pri tačnijem $\rho_{20} = 0{,}0178$ i $\alpha = 0{,}0039$, $t = 194{,}5°C$).

2. Zavojnica od aluminijskog vodiča, presjeka 1,5 mm², ima kod temperature okoline $t = 28°C$ otpor $R_t = 65\,\Omega$. Koliku dužinu ima vodič od kojeg je zavojnica namotana? (Pri $\rho_{20} = 0{,}029\,\Omega\,mm^2/m$ i $\alpha = 0{,}0039/°C$, $l = 3325$ m).

5. Izračunavanje struje pomoću Ohmovog zakona

Pravila i formule

Električni napon je uzrok struje. Električna struja je posljedica napona i otpora. Svagdje gdje ima struje mora biti također i napona. Ali obrnuto, gdje ima napona, ne mora biti još i struje. Za nastajanje električne struje potreban je napon i zatvoreni strujni krug.

Slično kao što pad vode mjerimo između dva nivoa vode u metrima, tako i električni napon mjerimo između dvije točke (voltmetrom).

Jedinica napona je 1 *volt* (1 V).

Napon od 1 volta ima približno Voltin element od bakra i cinka u razrijeđenoj sumpornoj kiselini.

Normalni Westonov element ima pri 20°C konstantan napon od točno 1,0183 V.

Ohmov zakon izražava zavisnost između električne struje I, napona U (E) i otpora R.

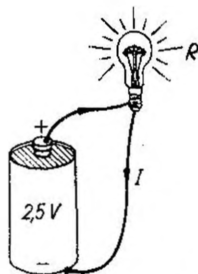
Ohmov zakon glasi: električna struja je direktno proporcionalna naponu, a indirektno proporcionalna otporu.

$$I = \frac{U}{R}.$$

Veličina	Oznaka	Jedinica i oznaka	Formula
Električni napon (elektromotorna sila)	U E	volt, V 1 kV = 1000V 1mV = 0,001V	$U = I \cdot R$
Električna struja prema Ohmovom zakonu	I	amper, A	$I = \frac{U}{R}$ (Ohmov zakon)
Električni otpor prema Ohmovom zakonu	R	ohm, Ω	$R = \frac{U}{I}$

Vježbe

1 Žarulju džepne svijetiljke priključit ćemo na suhu bateriju 2,5 V. Kolika će struja teči kroz žarulju ako žarulja ima otpor 8,3 Ω (sl. 5—1)?



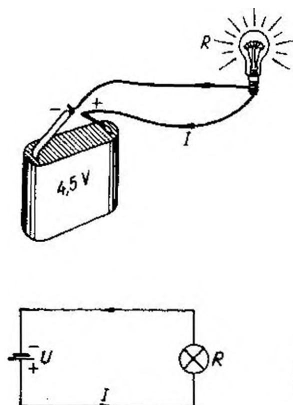
$$I = \frac{U}{R} = \frac{2,5\ \text{V}}{8,3\ \Omega} = 0,3\ \text{A}.$$

Slika 5-1

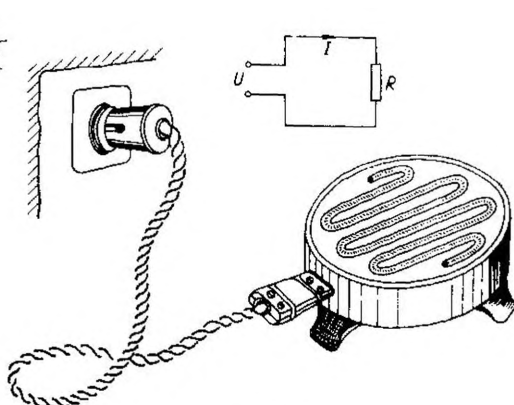
2 Na veću džepnu bateriju (4,5 V) priključit ćemo veću žarulju s niti koja ima otpor 15 Ω. Kolika će struja teći žaruljom? (Na sl. 5—2 vidimo shemu spoja).

$$I = \frac{U}{R} = \frac{4,5\ \text{V}}{15\ \Omega} = 0,3\ \text{A}.$$

Žarulja u oba primjera ima jednaku struju, ali u drugom slučaju zahtjeva veću snagu (jače svijetli).



Slika 5-2



Slika 5-3

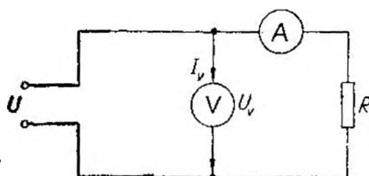
3 Grijaća spirala u kuhalu ima otpor 97 Ω, a spojena je na napon mreže $U = 220$ V. Kolika struja teče spiralom (sl. 5—3 sa shemom)?

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220\ \text{V}}{97\ \Omega} = 2{,}27\ \text{A}.$$

Otpor spirale 97 Ω je zagrijavanjem povećan. Otpor u hladnom stanju je manji.

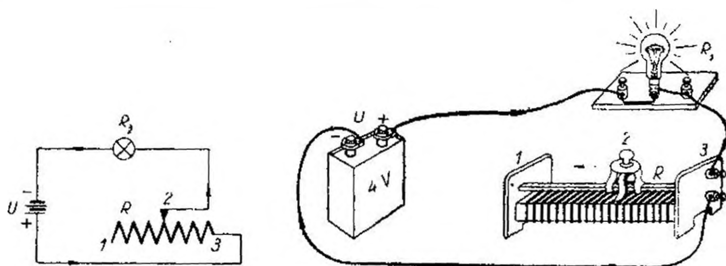
4 Voltmetar uključen u strujni krug prema sl. 5—4 pokazuje napon $U_v = 20$ V. Kolika struja teče voltmetrom kada je njegov unutrašnji otpor $R_v = 1000\ \Omega$?

$$I_v = \frac{U_v}{R_v} = \frac{20\ \text{V}}{1\,000\Omega} = 0{,}020\ \text{A} = 20\ \text{mA}.$$



Slika 5-4

5 Žarulja (4,5 V i 0,3 A) u strujnom krugu serijski je spojena s reostatom *R* otpora 10 Ω i akumulatorom $U = 4$ V. Kolike će struje teći žaruljom kada kliznik reostata postavimo postupno u položaj *1, 2* i *3*? (Sl. 5—5 pokazuje shemu spoja).



Slika 5-5

Otpor žarulje izračunat ćemo prema vrijednostima na žarulji

$$R_ž = \frac{4{,}5\ \text{V}}{0{,}3\ \text{A}} = 15\ \Omega.$$

U položaju *1* je cijeli reostat uključen, tj. otpor cijelog kruga je povećan za 10 Ω. Struja će biti:

$$I_1 = \frac{U}{R_ž + R} = \frac{4\ \text{V}}{25\ \Omega} = 0{,}16\ \text{A}.$$

U položaju *2* teče struja kroz polovicu reostata, tj. kroz 5 Ω.

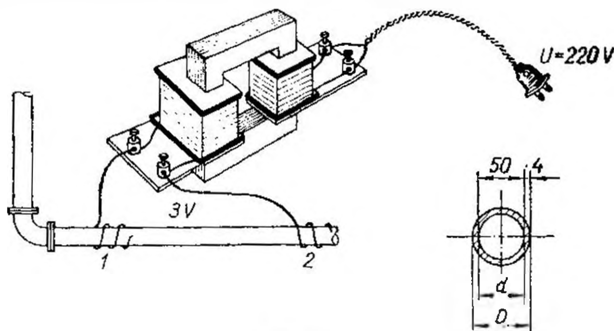
$$I_2 = \frac{4\ \text{V}}{20\ \Omega} = 0{,}2\ \text{A}.$$

U položaju *3* reostat je kratko spojen; struja će biti najveća, jer teče samo kroz spiralu žarulje:

$$I_3 = \frac{4\ \text{V}}{15\ \Omega} = 0{,}266\ \text{A}.$$

Dakle, što je manji otpor kruga, to je veća struja koja njim teče, i obrnuto.

6 Toplinom električne struje koju daje transformator za odleđivanje potrebno je odmrznuti željeznu cijev unutrašnjeg promjera 50 ⌀ mm i debljine 4 mm. Sekundarni napon od 3 V dovedemo na točke *1* i *2* koje su međusobno udaljene 10 m. Kolika struja prolazi kroz željeznu cijev (sl. 5–6)?



Slika 5-6

U formuli $I = U/R$ potrebno je poznavati R da bismo mogli izračunati struju I.

Za izračunavanje otpora potrebno je najprije izračunati presjek cijevi, tj. površinu kružnog vijenca:

$$S = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}(58^2 - 50^2)\ \text{mm}^2 = \frac{\pi}{4}(3\,364 - 2\,500)\ \text{mm}^2$$

$$S = \frac{\pi}{4}\,864\ \text{mm}^2 = 679\ \text{mm}^2.$$

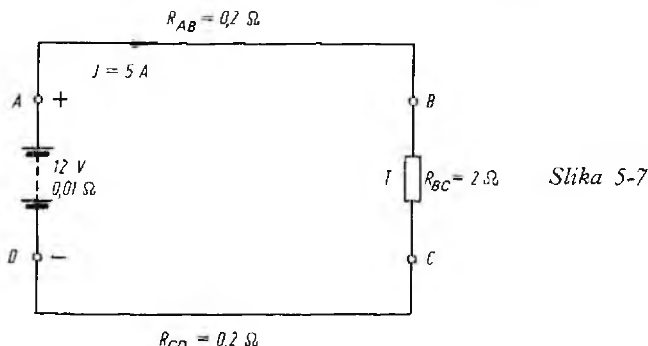
Električni otpor željezne cijevi je

$$R = \rho\frac{l}{S} = 0{,}13\,\frac{\Omega\ \text{mm}^2}{\text{m}}\cdot\frac{10\ \text{m}}{679\ \text{mm}^2} = 0{,}001915\ \Omega.$$

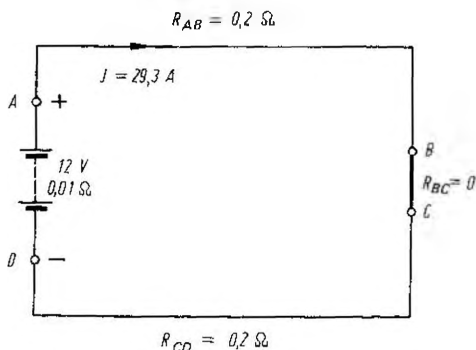
Struja koja teče željeznom cijevi je

$$I = \frac{U}{R} = \frac{3\ \text{V}}{0{,}001915\ \Omega} = 1567\ \text{A}.$$

7 Promotrimo detaljno strujni krug na slici 5 – 7. Taj strujni krug sastoji se od akumulatorske baterije 12 V (akumulatorsku bateriju tvori nekoliko akumulatora spojenih tako da se njihovi naponi – a i njihovi unutrašnji otpori – zbrajaju) koja služi kao izvor struje, od trošila T koje ima 2 Ω te dovodne i odvodne žice od kojih svaka ima otpor 0,2 Ω. Unutrašnji otpor akumulatorske baterije iznosi 0,01 Ω. Pita se:



Slika 5-7



Slika 5-8

a) kolika je struja u tom strujnom krugu?
b) koliki je napon između tačaka A – B, B – C i C – D?
c) kolika bi bila struja ako bismo točke B i C kratko spojili?
d) kolika bi bila struja ako bismo točke A i D kratko spojili?

Rješenje:

a) $U=12\,V$, $R=2+2\cdot 0{,}2+0{,}01=2{,}41\,\Omega$.

(Ukupni otpor R strujnog kruga sastoji se od otpora trošila $R_{BC}=2\,\Omega$, od otpora dovodnog i odvodnog vodiča $R_{AB}=R_{CD}=0{,}2\,\Omega$ i unutrašnjeg otpora akumulatorske baterije koji iznosi $0{,}01\,\Omega$).

$$I=\frac{U}{R}=\frac{12}{2{,}41}\approx 5\,A,$$

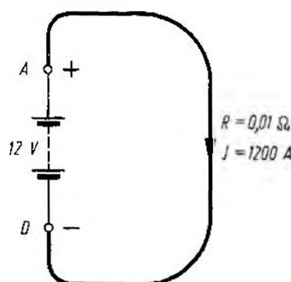
b) $I=5\,A$, $R_{AB}=0{,}2\,\Omega$, $U_{AB}=I\cdot R_{AB}=5\cdot 0{,}2=1\,V$, $U_{CD}=U_{AB}=1\,V$, $R_{BC}=2\,\Omega$, $U_{BC}=I\cdot R_{BC}=5\cdot 2=10\,V$,

c) Strujni krug izgleda sada kao na slici 5–8:

$$U=12\,V,\ R=2\cdot 0{,}2+0{,}01=0{,}41\,\Omega$$

$$I=\frac{U}{R}=\frac{12}{0{,}41}=29{,}3\,A,$$

d) Strujni krug izgleda kao na slici 5–9. To je potpuni kratki spoj akumulatorske baterije.



Slika 5-9

$$U=12\,V,\ R=0{,}01\,\Omega$$

$$I=\frac{U}{R}=\frac{12}{0{,}01}=1200\,A!!$$

Tako golema struja lako bi upropastila akumulatorsku bateriju. Kratki spoj je za akumulatorsku bateriju izvanredno opasan.

Zadaci

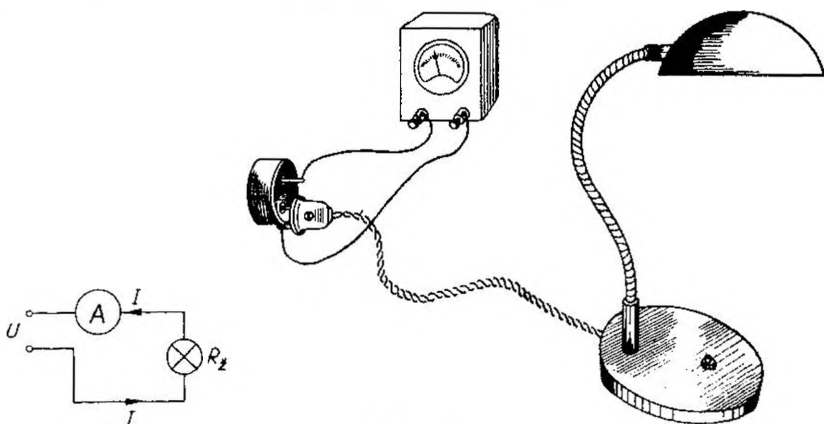
1. Otpornik $R=4\,500\,\Omega$ priključen je na napon $U=70$ V. Kolika struja teče krugom u koji je otpornik spojen (0,015 A)?

2. Koliku struju vuče iz mreže električno kuhalo kojeg je otpor $60\,\Omega$, kada je napon mreže $U=220$ V (3,66 A)?

6. Izračunavanje otpora iz Ohmova zakona

Vježbe

1 U strujni krug žarulje serijski smo spojili ampermetar. Žarulja je izvedena za napon od 220 V, a oznaka snage se ne vidi. Ampermetar je pokazao 273 mA. Koliki je otpor spirale žarulje? (Sl. 6–1 sa shemom)?



Slika 6-1

$$R_ž = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{0{,}273\ \text{A}} = 806\ \Omega.$$

Snaga je umnožak struje i napona. Prema tome snagu žarulje dobit ćemo prema formuli:

$$P = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 0{,}273\ \text{A} = 60\ \text{W}.$$

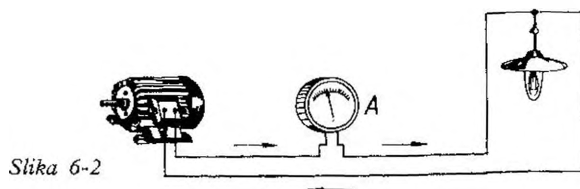
Žarulja ima snagu 60 W.

2 Koliki je otpor žarulje kojom teče struja $I = 0{,}5$ A? Struju očitamo na ampermetru, a daje ju dinamo kojega napon na stezaljkama iznosi 110 V (Sl. 6–2).

Iz Ohmova zakona $I = U/R$ dobivamo otpor žarulje:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{110\ \text{V}}{0{,}5\ \text{A}} = 220\ \Omega.$$

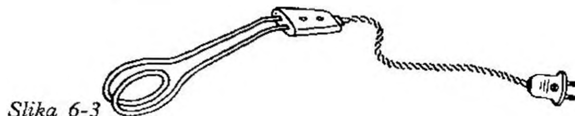
(Snaga žarulje $P = U \cdot I = 110\ \text{V} \cdot 0{,}5\ \text{A} = 55\ \text{W}$ ili
$P = R \cdot I^2 = 220\,\Omega \cdot 0{,}5^2\text{A}^2 = 55\ \text{W}$).



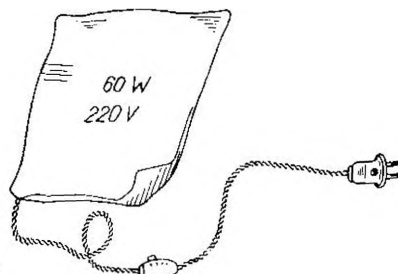
Slika 6-2

3 Grijaća spirala električnog ronila (Sl. 6—3) vuče iz mreže struju od 0,5 A uz napon od 220 V. Koliki je njen otpor kada je užarena?

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{0{,}5\ \text{A}} = 440\ \Omega.$$


Slika 6-3

4 Električni jastuk snage 60 W za priključak na napon 220 V ima tri stupnja zagrijavanja. Pri najjačem zagrijavanju teče električnim jastukom najjača struja, 0,273 A. Koliki smo otpor u tom slučaju s pomoću sklopke uključili u strujni krug (Sl. 6—4)?



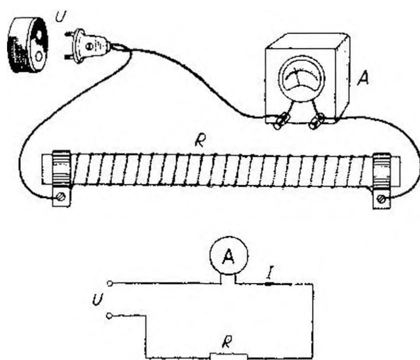
Slika 6-4

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{0,273\ \text{A}} = 806\ \Omega.$$

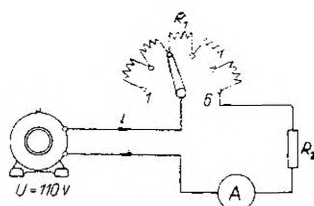
Od tri otpora koji se prespajaju ovaj izračunati otpor je najmanji.

5 Grijaće tijelo električne peći je preko ampermetra spojeno na mrežu napona $U = 220$ V. Ampermetar pokazuje struju 2,47 A. Koliki je otpor grijače žice (Sl. 6—5)?

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{2,47\ \text{A}} = 89\ \Omega.$$



Slika 6-5



Slika 6-6

6 Izračunajte otpor R_1 čitavog reostata ako pri položaju kontaktnog klizača *1* teče strujnim krugom struja $I_1 = 1,2$ A a pri položaju *6* struja $I_2 = 4,2$ A, i to pri naponu od $U = 110$ V (Sl. 6—6).

Kad je klizač reostata na stupnju *1*, teče struja I_1 čitavim otporom reostata i trošilom R_2. Struja je najmanja, a otpor kruga najveći.

$$R_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{110\,\text{V}}{1,2\,\text{A}} = 91,6\,\Omega.$$

Pri položaju klizača *6* čitav otpor reostata je isključen iz strujnog kruga, struja je pri tom najveća a otpor najmanji.

$$R_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{110\,\text{V}}{4,2\,\text{A}} = 26,2\,\Omega.$$

Otpor reostata R_1 dobit ćemo ako od otpora čitavog kruga R oduzmemo otpor trošila R_2.

$$R = R_1 - R_2 = 91,6\,\Omega - 26,2\,\Omega = 65,4\,\Omega.$$

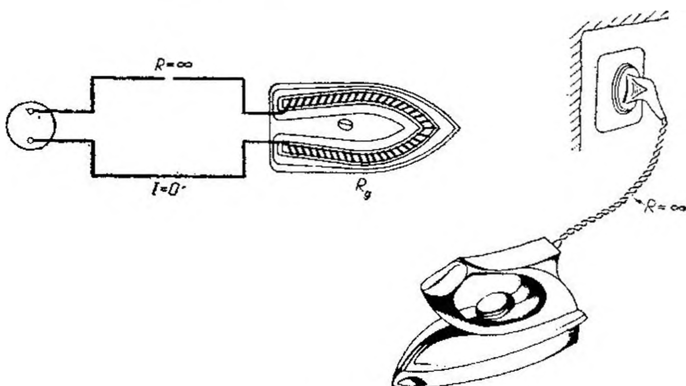
7 Koliki otpor ima strujni krug kad se prekine vodič, tj. kad se prekine strujni krug? Kolika struja teče prekinutim strujnim krugom?

Sl. 6—7 prikazuje prekid jedne žice gajtana za električno glačalo. Električno glačalo snage 300 W predviđeno za napon od 220 V ima otpor u vrućem stanju:

$$R_g = 161\ \Omega.$$

Nazivna struja električnog glačala je:

$$I = \frac{U}{R_g} = \frac{220\ \text{V}}{161\ \Omega} = 1{,}36\ \text{A}.$$



Slika 6-7

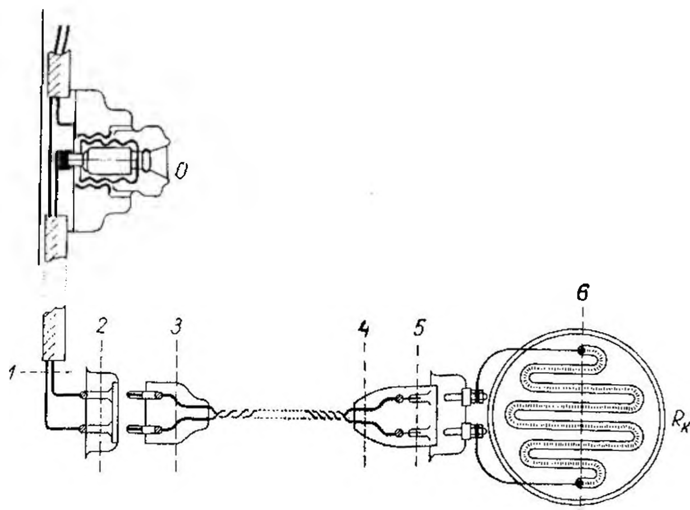
Prekid strujnog kruga predstavlja veoma veliki otpor koji se približava beskonačnoj veličini, što označujemo sa $R \to \infty$. Krug će imati golem otpor, a struja će biti nula.

$$I = \frac{U}{R_g + \infty} = \frac{220\ \text{V}}{\infty} = 0.$$

Strujni krug je pod naponom ali bez struje samo u slučaju prekida nulvodiča. Isto stanje nastane kada se prekine spirala.

8 Kako računski izražavamo Ohmov zakon pri kratkom spoju? Pojednostavljeni crtež prikazuje kuhalo R_K spojeno gajtanom na utičnicu, a od ove preko vodiča s osiguračima *O* (Sl. 6—8). Takva je situacija kad je sve u redu.

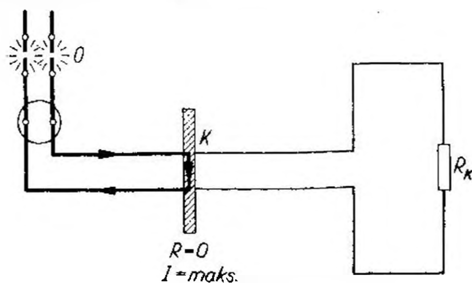
Debela linija označuje put struje pri *kratkom spoju (K)*, što se lijepo vidi iz sheme na slici 6—9. Međusobnim spojem dviju žica voda (pri lošoj izolaciji) ili nekim predmetom *K* (nož, dlijeto i slično), koji nema praktički nikakav otpor, nastane kratki spoj. Kod toga će poteći preko mjesta kratkog spoja opasno velika struja i kad ne bi bilo tankih žičica osigurača *O*, vodiči bi se jako zagrijali a možda i zapalili.



Slika 6-8

Kratki spoj najčešće nastaje u točkama *1* do *6*, a može nastati i na mnogim drugim mjestima.

Kad nema kratkog spoja, struja je $I = U/R_K$ ona ne smije biti veća od dopuštene struje za određenu instalaciju (6 A, 10 A). Pri znatno većoj struji (manjem otporu R_K) pregore osigurači.



Slika 6-9

Struja kratkog spoja poprima vrlo veliku vrijednost (∞), jer otpor *R* ima kod kratkog spoja veoma malu vrijednost, blisku O.

$$I_k = \frac{U}{R \to 0} \to \infty.$$

Do toga ipak ne dolazi, jer osigurači brzo prekidaju strujni krug.

Zadaci

1. Mjerni instrumenti u električnom strujnom krugu pokazuju 5,5 A i 220 Koliki je otpor kruga (40 Ω)?

2. Kontaktima klizne sklopke teče struja 150 A, pri tome je napon između kontakata 1,3 V. Koliki je prijelazni otpor (0,00867 Ω)?

7. Pad napona

Pravila i formule

Struja prolazeći otporom R stvara na njemu *pad napona* $\Delta U = I \cdot R$ (Δ čitaj „delta“, grčko slovo).

Kada je u električni krug spojen samo jedan otpor R, potreban je čitav napon izvora U da bi tekla struja I otporom R, tj. pad napona $\Delta U = I \cdot R = U$.

Ako su u strujnom krugu, na primjer, dva otpora R_1 i R_2 spojena serijski, naponi na otporima su $\Delta U_1 = I \cdot R_1$ i $\Delta U_2 = I \cdot R_2$, tj. pad napona na otporniku R_1 zbrojen s padom napona na otporniku R_2 daje napon izvora: $U = \Delta U_1 + \Delta U_2$. To znači da se napon izvora U razdijeli na otpore, i ti naponi zbrojeni jednaki su U (II Kirchhoffov zakon).

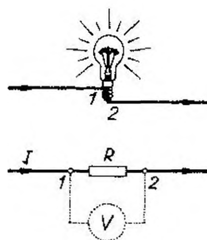
Vježbe

1 Koliki pad napona nastane na otporu vlakna žarulje $R = 15\,\Omega$ pri prolazu struje $I = 0{,}3$ A (Sl. 7—1)?

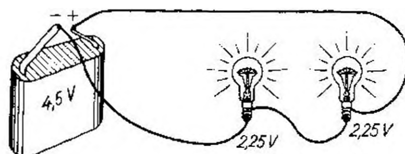
Pad napona izračunat ćemo iz formule za Ohmov zakon

$$\Delta U = I \cdot R = 0{,}3\ \text{A} \cdot 15\,\Omega = 4{,}5\ \text{V}.$$

Pad napona u točkama *1*, *2* žarulje (vidi shemu) je 4,5 V. Žarulja normalno svijetli ako njome teče normalna struja ili, što je isto, ako ima na stezaljkama *1*, *2* svoj normalni napon.



Slika 7-1



Slika 7-2

2 Dvije jednake žarulje za 2,5 V i 0,3 A serijski su spojene i priključene na džepnu bateriju napona 4,5 V. Koliki padovi napona nastanu između kontakata pojedinih žarulja (Sl. 7—2)?

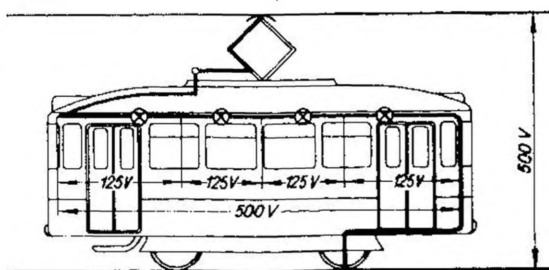
Jednake žarulje imaju jednaki otpor R. U serijskom spoju imaju također i jednaku struju I. Iz toga slijedi da će imati i jednake padove napona, a njihov zbroj mora biti jednak naponu stezaljki $U = 4{,}5$ V. To znači da na jednu žarulju otpada napon 4,5 V : 2 = 2,25 V. Ovo smo riješili razmišljanjem. Računski to izgleda ovako:

Otpor žarulje izračunat ćemo iz gornjih podataka: $R_ž = 2{,}5$ V/0,3 A = 8,33Ω. Struja u krugu

$$I = \frac{U}{2R_ž} = \frac{4{,}5}{16{,}66\ \Omega} = 0{,}27\ \text{A}.$$

Pad napona na svakoj žarulji iznosi $\Delta U = I \cdot R_ž = 0{,}27\ \text{A} \cdot 8{,}33\ \Omega = 2{,}25$ V. (Žarulja svijetli slabije zbog toga što zahtijeva viši napon od $U = 2{,}25$ V; izrađena je za napon 2,5 V).

3 Električni tramvaj ima između voznog voda i zemlje napon od 500 V. Za rasvjetu želimo upotrijebiti 4 identične, serijski spojene žarulje. Za koji napon moraju žarulje biti konstruirane (Sl. 7—3)?



Slika 7-3

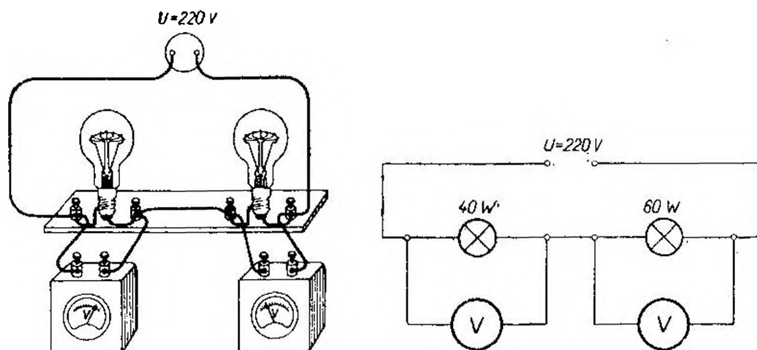
Identične žarulje imaju jednake otpore, kroz koje teče jednaka struja. Padovi napona na žaruljama bit će također jednaki. Svaka će žarulja uzrokovati pad napona 500 V : 4 = 125 V.

4 Dvije različite žarulje, snage 40 W i 60 W, serijski su spojene i priključene na mrežu od 220 V. Koliki će biti padovi napona na žaruljama (Sl. 7—4)?

Prva žarulja ima otpor $R_{ž1} = 1\,210\ \Omega$, a druga $R_{ž2} = 806{,}6\ \Omega$ (u užarenom stanju). Zajednička struja iznosi

$$I = \frac{U}{R_{ž1} + R_{ž2}} = \frac{220\ \text{V}}{2\,016{,}6\ \Omega} = 0{,}109\ \text{A}.$$

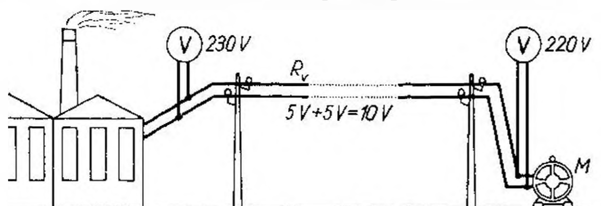
Pad napona na prvoj žarulji iznosi $\Delta U_1 = I \cdot R_{ž1} = 0{,}109\ \text{A} \cdot 1\,210\ \Omega = 132$ V, a na drugoj $\Delta U_2 = I \cdot R_{ž2} = 0{,}109\ \text{A} \cdot 806{,}6\ \Omega = 87{,}9$ V.



Slika 7-4

Na žarulji s većim otporom veći je pad napona, i obrnuto. (Žarulje ne svijetle jednako i ne svijetle kao s normalnim naponom od 220 V. Pri proračunu električne snage, ustanovit ćemo koja svijetli jače).

5 Da bi motor M na sl. 7—5 dobio svoj normalni napon od 220 V, na početku (pri elektrani) dugačkog voda napon mora biti veći i to za toliko, koliko iznosi pad napona u vodu. Što je veći otpor voda (na primjer dugačkog voda) i što je veća struja u njemu, to je pad napona u vodu veći.



Slika 7-5

U našem slučaju pad napona u vodu je 5 V, a toliko i u povratnom vodu. Elektrana, dakle, mora proizvoditi napon 230 V, da bi motor dobio potreban napon 220 V:

$$U_{gen} = 2 \cdot I \cdot R_v + U_{mot}\,.$$

$$230\,\text{V} = 10\,\text{V} + 220\,\text{V}$$

6 Akumulator napona 80 V treba napajati trošilo strujom 30 A uz dopušteni pad napona od 3% u aluminijskom vodu, presjeka 16 mm². Na kojoj najvećoj udaljenosti od akumulatora može biti postavljeno trošilo?

Dopušteni pad napona u vodu je 3% od 80 V, tj.

$$\Delta U = \frac{3}{100}\,80\ \text{V} = 2{,}4\ \text{V}.$$

Otpor voda ograničen je dopuštenim padom napona

$$R_v = \frac{\Delta U}{I} = \frac{2{,}4\ \mathrm{V}}{30\ \mathrm{A}} = 0{,}08\ \Omega.$$

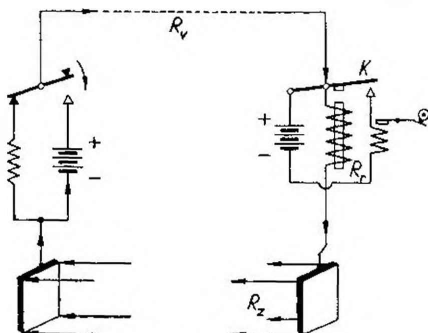
Iz formule za otpor $R = \rho l/S$ izračunat ćemo cijelu duljinu voda

$$l = \frac{R \cdot S}{\rho} = \frac{0{,}08\Omega \cdot 16\ \mathrm{mm}^2}{0{,}029\Omega\ \mathrm{mm}^2/\mathrm{m}} = 44{,}1\ \mathrm{m}.$$

Prema tome, ako trošilo postavimo 22 m daleko od izvora, ono će imati napon kao akumulator (80 V) umanjen za dopušteni pad napona od 3%, dakle 77,6 V.

7 Telegrafski vod od željezne žice promjera 3,5 mm dug je 20 km. Povratni vod ide preko uzemljenja kroz zemlju. Prijelazni otpor uzemljenja neka je $R_z = 50\ \Omega$. Koliki napon mora imati baterija na početku voda, ako relej na kraju voda ima otpor $R_r = 300\ \Omega$ a mora dobivati struju $I = 5$ mA?

Shemu spoja vidimo na sl. 7—6. Pritiskom na taster u odašiljaču, relej na kraju voda mora u prijemniku dobiti svoju struju da bi privukao kotvu K, koja će uključiti jaču sekundarnu struju od 50 mA potrebnu za pisanje Morseovih znakova.



Slika 7-6

Napon izvora struje mora biti dovoljan da se pokriju padovi napona uglavnom u vodu, u releju prijemnika i u prijelaznim otporima elektroda u zemlji:

$$U = I \cdot R_v + I \cdot R_r + I \cdot 2R_z;\ U = I\,(R_v + R_r + R_z).$$

Napon izvora struje mora biti jednak zbroju napona potrebnih na pojedinim otporima kako bi se protjerala struja $I = 5$ mA. Otpor voda iznosi

$$R_v = \rho \frac{l}{S} = 0{,}11 \frac{\Omega\ \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}} \quad \frac{20\,000\ \mathrm{m}}{9{,}6\ \mathrm{mm}^2} = 229{,}2\ \Omega,$$

jer je presjek žice

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (3{,}5\ \text{mm})^2}{4} \approx 9{,}6\ \text{mm}^2.$$

Ukupni otpor je

$$R = 229{,}2\ \Omega + 300\ \Omega + 2 \cdot 50\ \Omega = 629{,}2\ \Omega.$$

Stoga je napon izvora (1 mA = 0,001 A),

$$U = I \cdot R = 0{,}005\ \text{A} \cdot 629{,}2\ \Omega = 3{,}146\ \text{V} \approx 3{,}2\ \text{V}.$$

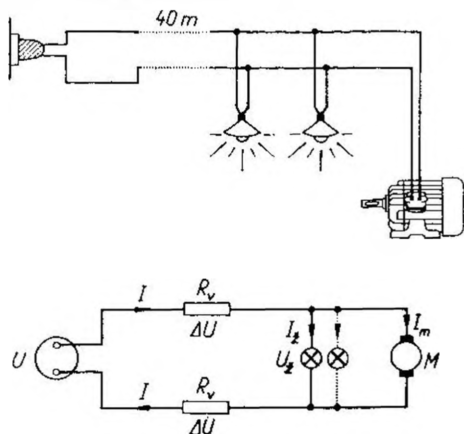
Pad napona u vodu uzrokovan prolazom struje $I = 0{,}005$ A iznosi

$$\Delta U = I \cdot R_v = 0{,}005\ \text{A} \cdot 229{,}2\ \Omega = 1{,}146\ \text{V}.$$

(Relativno mali pad napona u vodu posljedica je toga što se koristi veoma slaba struja, 5 mA. Zato u prijemniku mora biti osjetljivi relej (pojačavalački relej), koji na slabi impuls od 5 mA zatvori sekundarni krug s malim otporom i jakom strujom).

8 Koliki je napon na žaruljama (sl. 7—7), kada *a*) motor nije priključen na mrežu, *b*) motor pokrećemo i *c*) kada je motor u pogonu?

Motor i 20 žarulja napajaju se iz mreže napona 110 V. Žarulje su predviđene za napon od 110 V i snagu od 40 W. Motor pri pokretanju uzrokuje struju od $I_p = 50$ A, dok mu je nominalna struja $I_n = 30$ A. Spoj je izveden bakrenom žicom presjeka 16 mm² i dužine 40 m.



Slika 7-7

Kako je iz slike 7—7 i iz zadatka vidljivo, struja motora uzrokuje u vodu pad napona pa će žarulje dobiti manji napon. Iz sheme je vidljivo, kako pad napona $2\,\Delta U$ u vodu smanjuje napon žaruljama (i motoru):

$$U = 2\,\Delta U + U_ž.$$

Iz toga slijedi da je napon žarulja

$$U_ž = U - 2\,\Delta U.$$

Potrebno je da znamo pad napona $\Delta U = IR_v$ u vodu pri različitim strujama. Otpor cijelog voda je

$$2\ R_v = \rho\frac{2\cdot l}{S} = 0{,}0178\ \frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}}\cdot\frac{2\cdot 40\ \text{m}}{16\ \text{mm}^2} = 0{,}089\ \Omega.$$

Struja za svih 20 žarulja iznosi $I_ž = 20\cdot 40\ \text{W}/110\ \text{V} = 7{,}27\ \text{A}$. Pad napona u vodu, kada su spojene samo žarulje (bez motora), iznosi:

$$2\,\Delta U = I_ž\cdot 2\,R_v = 7{,}27\ \text{A}\cdot 0{,}089\ \Omega = 0{,}65\ \text{V}.$$

Žarulje imaju napon $U_ž = U - 2\,\Delta U = 110\ \text{V} - 0{,}65\ \text{V} = 109{,}35\ \text{V}$.

Kada se motor pokreće, svjetlost žarulja se smanji zbog toga je pad napona u vodu veći.

$$2\Delta U = (I_ž + I_p)\cdot 2\,R_v = (7{,}27 + 50)\ \text{A}\cdot 0{,}089\Omega = 57{,}27\ \text{A}\cdot 0{,}089\Omega = 5{,}1\ \text{V}.$$

Napon žarulja najmanji je pri pokretanju motora.

$$U_ž = U\cdot 2\,\Delta U = 110\ \text{V} - 5{,}1\ \text{V} = 104{,}9\ \text{V}.$$

Kada je motor u normalnom pogonu, pad napona je manji nego pri pokretanju motora ali veći nego pri iskopčanom motoru:

$$2\Delta U = (I_ž + I_n)\cdot 2\,R_v = (7{,}27 + 30)\ \text{A}\cdot 0{,}089\Omega = 37{,}27\ \text{A}\cdot 0{,}089\Omega = 3{,}32\ \text{V}.$$

Žarulje pri normalnom pogonu motora imaju napon

$$U_ž = 110\ \text{V} - 3{,}32\ \text{V} = 106{,}68\ \text{V}.$$

Iako su padovi napona maleni, njihov je utjecaj na svjetlost žarulja znatan.

9 Priključimo na električnu mrežu od 110 V električnu grijalicu koja uzima iz mreže struju od 18 A. Pita se koliki će biti pad napona do te grijalice ako bakreni dovodni vod ima presjek 2 × 2,5 mm², a dugačak je 30 m. Koliki će biti napon na stezaljkama grijalice?

Ako je struja $I = 18$ A tada će otpor voda biti

$$R = \frac{\rho\cdot l}{S} = \frac{0{,}0178\cdot 2\cdot 30}{2{,}5} = 0{,}43\ \Omega.$$

Proizlazi da je pad napona

$$\Delta U = I\cdot R = 18\cdot 0{,}43 = 7{,}74\ \text{V},$$

ili u postocima:

$$\Delta U\% = \frac{7{,}74\cdot 100}{110} = 7{,}0\%.$$

Napon na stezaljkama grijalice iznosi

$$U = 110 - 7{,}74 = 103{,}3\ \text{V}.$$

10 Trošilo koje uzima 10 A struje kod napona od 220 V priključeno je preko bakrenog voda od 2,5 mm² i 25 m duljine. Koliki je pad napona?

Pad napona u voltima dobivamo iz $\Delta U = I \cdot R$; $I = 10$ A

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{0{,}0178 \cdot 2 \cdot 25}{2{,}5} = 0{,}36\ \Omega;$$

$$\Delta U = 10 \cdot 0{,}36 = 3{,}6\ \text{V}$$

$$\Delta U\% = \frac{3{,}6 \cdot 100}{220} = 1{,}64\%.$$

Ako bismo točno računali, morali bismo izračunati najprije napon na početku voda tj.

$$U = 220 + 3{,}6 = 223{,}6\ \text{V}.$$

Sada bismo tek izračunali

$$U\% = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100 = \frac{3{,}6 \cdot 100}{223{,}6} = 1{,}61\%.$$

Kako se vidi, razlika prema približnom računu nije velika.

11 Struja u nekom vodu ukupnog otpora 1 Ω iznosi 10 A. Napon na početku voda iznosi a) 200 V, b) 400 V. Koliki je pad napona u postocima?

Pad napona u voltima iznosi $10 \cdot 1 = 10$ V. Pad napona u postocima iznosi

$$\text{a)}\ \frac{10}{200} \cdot 100 = 5\%,$$

$$\text{b)}\ \frac{10}{400} \cdot 100 = 2{,}5\%.$$

Uz jednaku struju pad napona u postocima je to manji što je napon viši.

Zadaci

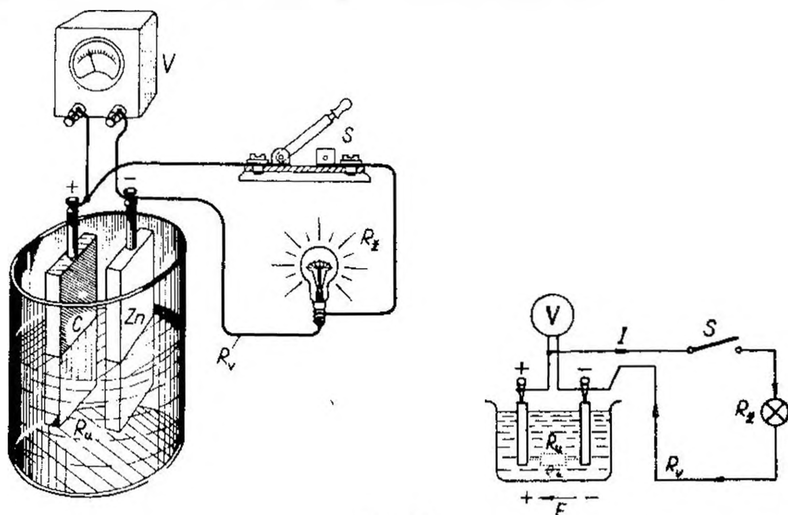
1. Zavojnica je načinjena iz bakrene žice presjeka 0,5 mm². Dužina žice je 200 m. Koliki napon stvara u toj zavojnici struja od 4 A (28 V)?
2. Dužina električnog voda je 300 m. Vod je od bakrene žice presjeka 150 mm². Tvornici je potrebna struja od 200 A. Koliki napon će biti u tvornici ako je napon u elektrani 240 V (226 V)?

8. Napon praznog hoda (EMS), napon na stezaljkama i unutrašnji otpor istomjernog izvora

Pravila i formule

Elektromotorna sila ili *napon* praznog hoda stvara se unutar izvora. EMS E mjerimo na stezaljkama neopterećenog izvora, tj. dok izvor ne daje struju.

Na sl. 8—1 mjerimo voltmetrom EMS E na stezaljkama kada je otvorena sklopka S. Električki krug ima tri otpora: otpor žarulje $R_ž$, otpor vodiča kojima teče struja R_v i unutrašnji otpor članka R_u, tj. elektrolita.



Slika 8-1

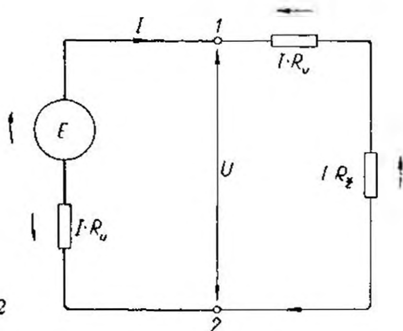
EMS E tjera struju I kroz sva tri otpora na kojima ona stvara *padove napona*. Suma svih padova napona mora biti jednaka *EMS E:*

$$E = I \cdot R_ž + I \cdot R_v + I \cdot R_u.$$

Pad napona na žarulji je koristan (potreban) jer izvršava rad (proizvodi svjetlost). Ostala dva pada napona su nekorisna.

EMS i pad napona na unutrašnjem otporu $I \cdot R_u$ su unutar izvora. Izvan izvora su padovi napona na trošilu $I \cdot R_ž$ i u vodiču $I \cdot R_v$.

Voltmetrom mjereni naponi $I \cdot R_v$ i $I \cdot R_ž$ daju vanjski napon U, napon između stezaljki *1, 2* (sl. 8—2).



Slika 8-2

Napon praznog hoda = napon stezaljki + unutrašnji pad napona izvora:

$$E = U + I \cdot R_u,$$

pa je stoga napon stezaljki $U = E - I \cdot R_u$.

EMS E izvora je veća od napona stezaljki U kada je strujni krug zatvoren. Samo u slučaju kada izvor nije opterećen ($I = 0$), nema pada napona na unutrašnjem otporu izvora, pa je napon stezaljki jednak *EMS*, tj. $U = E$.

Vježbe

1 Voltin članak (element) ima elektromotornu silu $E = 1$ V i unutrašnji otpor $R_u = 0{,}5\ \Omega$. Kolika struja teče malenom žaruljom od 1,5 V i 0,3 A? Koliki je unutrašnji pad napona elementa? Koliki je napon stezaljki (sl. 8—2)?

Otpor žarulje (trošila) $R_ž = 1{,}5\ \text{V}/0{,}3\ \text{A} = 5\ \Omega$. Ukupni otpor kruga je $R_u + R_ž = 0{,}5\ \Omega + 5\ \Omega = 5{,}5\ \Omega$. Struja u krugu

$$I = \frac{E}{R_u + R_ž} = \frac{1\ \text{V}}{5{,}5\ \Omega} = 0{,}182\ \text{A}.$$

Napon stezaljki elementa $U = I \cdot R_ž = 0{,}182\ \text{A} \cdot 5\ \Omega = 0{,}91$ V.

2 Dinamo s naponom praznog hoda $E = 120$ V i unutrašnjim otporom $R_u = 0{,}1\ \Omega$ spojen je s trošilom s pomoću dvostrukog bakrenog voda. Dužina voda je $l = 30$ m, a presjek $S = 1\ \text{mm}^2$. Trošilo ima otpor $R_ž = 20\ \Omega$. Kolika struja teče trošilom? Koliki je napon stezaljki dinama i trošila (sl. 8—3)?

$$\text{Otpor voda } R_v = \rho\frac{2l}{S} = 0{,}0178\,\frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{2 \cdot 30\ \text{m}}{1\ \text{mm}^2} = 1{,}068\Omega.$$

Struja u krugu je

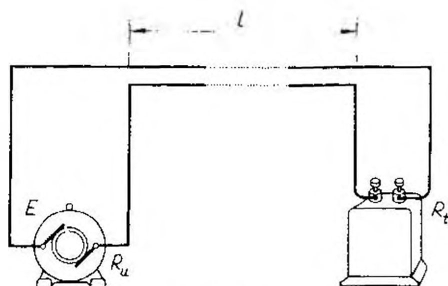
$$I=\frac{E}{R_u+R_v+R_t}=\frac{120\ \text{V}}{(0{,}1+1{,}068+20)\ \Omega}=\frac{120\ \text{V}}{21{,}168\ \Omega}=5{,}68\ \text{A}.$$

Unutrašnji je pad napona dinama

$$U_u = I\cdot R_u = 5{,}68\ \text{A}\cdot 0{,}1\ \Omega \approx 0{,}57\ \text{V}.$$

Napon stezaljki dinama je

$$U = E - U_u = 120\ \text{V} - 0{,}57\ \text{V} = 119{,}43\ \text{V}.$$



Slika 8-3

Pad napona u vodu je

$$U_v = I\cdot R_v = 5{,}68\ \text{A}\cdot 1{,}068\ \Omega \approx 6{,}07\ \text{V}.$$

Napon na stezaljkama trošila iznosi

$$U_p = U - U_v = 119{,}43\ \text{V} - 6{,}07\ \text{V} = 113{,}36\ \text{V} \approx 113{,}4\ \text{V}.$$

Napon na stezaljkama trošila možemo izračunati i umnoškom struje i otpora trošila:

$$U_p = I\cdot R_t = 5{,}68\ \text{A}\cdot 20\ \Omega \approx 113{,}6\ \text{V}.$$

3 Elektromotorna sila dinama je 130 V, a unutrašnji otpor $R_u = 0{,}2\ \Omega$ Dinamo mora davati struju za 50 žarulja (60 W, 120 V) koje su od njega udaljene 200 m. Koliki mora biti presjek bakrenog vodiča, da žarulje dobiju svoj napon $U = 120$ V (sl. 8—4)?

a) Presjek S žice voda dobit ćemo iz otpora voda R_v. Ovaj otpor izračunat ćemo iz dopuštenog pada napona u vodu i stroju kojeg uzrokuje ukupna struja žarulja $I_ž$. U vodu i u namotu dinama može se utrošiti 10 V, tj. $E - U = 130$ V — 120 V = 10 V. Struja jedne žarulje iznosi

$$I_ž=\frac{60\ \text{W}}{120\ \text{V}}=0{,}5\ \text{A}.$$

Ukupna struja za 50 žarulja je $I = 50\ I_ž = 25$ A. Ova struja teče strojem i uzrokuje pad napona u namotu

$$U_u = I \cdot R_u = 25\ \text{A} \cdot 0{,}2\ \Omega = 5\ \text{V}.$$

Prema tome u vodu će pad napona iznositi

$$10\ \text{V} - 5\ \text{V} = 5\ \text{V}.$$

Pad napona u vodu (tamo i nazad) je $\Delta U_v = I \cdot R_v = 5$ V, pa je prema tome otpor voda

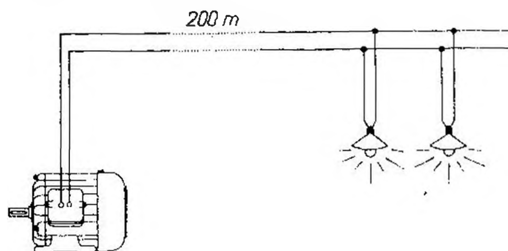
$$R_v = \frac{U_v}{I} = \frac{5\ \text{V}}{25\ \text{A}} = 0{,}2\ \Omega.$$

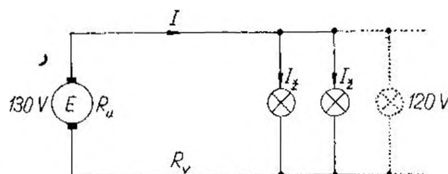
Otpor voda iznosi: $R_v = \rho l/S$. Iz te formule dobit ćemo presjek

$$S = \rho \frac{l}{R_v} = 0{,}0178\ \frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}}\ \frac{2 \cdot 200\ \text{m}}{0{,}2} = 35{,}6\ \text{mm}^2.$$

Uzimamo normirani presjek

$$S = 35\ \text{mm}^2.$$





Slika 8-4

b) Drugi način rješenja zadatka je ovaj: elektromotorna sila E mora biti jednaka zbroju padova napona: u dinamu, u vodu i na žaruljama, tj.

$$E = I \cdot R_s + I \cdot R_v + U;\ I \cdot R_v = E - U - I \cdot R_u$$

$$R_v = \frac{E - U - I \cdot Ru}{I} = \frac{130\ \text{V} - 120\ \text{V} - 25\ \text{A} \cdot 0{,}2\ \Omega}{25\ \text{A}} = 0{,}2\ \Omega.$$

(Svaki pad napona znači također i gubitak snage, tj. pretvorbu električne snage u toplinsku).

Zadaci

1. Napon stezaljki članka je 1,4 V. Struja u krugu iznosi 0,5 A. Treba izračunati unutrašnji otpor članka i vanjski otpor trošila, ako je napon praznog hoda članka 1,5 V (0,2 Ω; 2,8 Ω)!

2. Napon stezaljki dinama iznosi 110 V. Na mrežu je paralelno spojeno 40 žarulja po 200 Ω. Treba izračunati elektromotornu silu dinama kojem je unutrašnji otpor 0,2 Ω (114,4 V)!

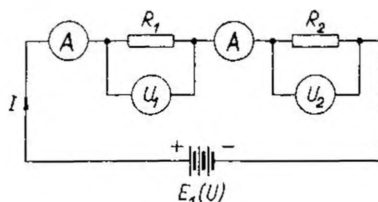
RJEŠAVANJE STRUJNIH KRUGOVA

9. Jednostavni zatvoreni krug. Serijski spoj otpora

Pravila i formule

Ohmov zakon vrijedi za jednostavni strujni krug. U dvostrukom, trostrukom ili još složenijem krugu (»u mreži«) svaki jednostavni krug ima različite struje. Složenije krugove rješavamo *Kirchhoffovim* zakonima.

U jednostavnom krugu na sl. 9—1 tjera elektromotorna sila E, odnosno napon izvora U kroz dva vanjska otpora R_1 i R_2 struju, koja na otporima R_1 i R_2 stvara padove napona ΔU_1 i ΔU_2.



Slika 9-1

1. Ako zanemarimo unutrašnji otpor izvora, vrijedi: Napon na stezaljkama izvora = zbroju padova napona

$$U = I \cdot R_1 + I \cdot R_2.$$

Ako uzmemo u obzir unutrašnji pad napona izvora, vrijedi:

Elektromotorna sila izvora = unutrašnji pad napona + pad napona u vanjskom krugu:

$$E = I \cdot R_u + I \cdot R_1 + I \cdot R_2.$$

Ukoliko jednostavni krug ima više izvora i više otpora, vrijedi:

U zatvorenom krugu je algebarski zbroj padova napona $(I \cdot R)$ jednak algebarskom zbroju elektromotornih sila.

$$\Sigma (\pm I \cdot R) = \Sigma (\pm E).$$

(To je II Kirchhoffov zakon).

Ako zanemarimo unutrašnje otpore izvora, tada umjesto E pišemo napon stezaljki izvora U:

$$\Sigma(\pm I \cdot R) = \Sigma(\pm U).$$

2. Kroz svaki otpor odnosno svaki dio jednostavnog kruga teče ista struja I.

3. Jednaka struja uzrokuje na nejednakim otporima R_1 i R_2 nejednake padove napona ΔU_1 i ΔU_2.

$$\Delta U_1 = I \cdot R_1; \ \Delta U_2 = I \cdot R_2.$$

Što je otpor veći, to veći je na njemu pad napona pri serijskom spoju otpora.

Napon stezaljki izvora U razdijeli se na otpore direktno proporcionalno veličini otpora:

$$\Delta U_1 : \Delta U_2 = R_1 : R_2.$$

4. U jednostavnom zatvorenom krugu otpori su spojeni serijski. Zajednički otpor R dobit ćemo iz II Kirchhoffovog zakona.

$$U = I \cdot R_1 + I \cdot R_2; \ I \cdot R = I \cdot R_1 + I \cdot R_2$$

$$R = R_1 + R_2.$$

Ukupni otpor jednostavnog kruga jednak je zbroju serijski spojenih otpora (sl. 9—1).

Vježbe

1 Jednostavni električni krug ima izvor struje napona $U = 25$ V i dva serijski spojena otpora $R_1 = 20\,\Omega$ i $R_2 = 30\,\Omega$. Treba izračunati serijski ukupni otpor, struju i pad napona na otporima (sl. 9—1)!

Prema Ohmovom zakonu:

$$U = U_1 + U_2; \ U = I \cdot R_1 + I \cdot R_2; \ IR = I \cdot R_1 + I \cdot R_2.$$

Ukupni otpor je:

$$R = R_1 + R_2 = 20\,\Omega + 30\,\Omega = 50\,\Omega.$$

Prema Ohmovom zakonu izračunat ćemo struju:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{25\text{ V}}{50\,\Omega} = 0{,}5\text{ A}.$$

Pad napona na otporima iznosi:

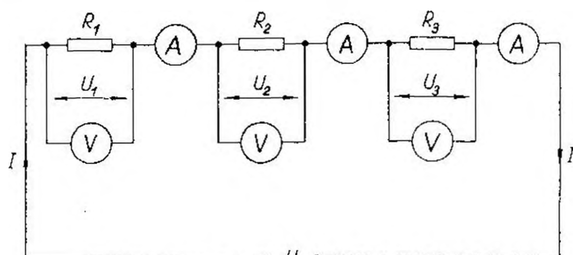
$$U_1 = I \cdot R_1 = 0{,}5\text{ A} \cdot 20\,\Omega = 10\text{ V}; \ U_2 = I \cdot R_2 = 0{,}5\text{ A} \cdot 30\,\Omega = 15\text{ V}.$$

Kontrola računa

$$U = U_1 + U_2 = 10\text{ V} + 15\text{ V} = 25\text{ V}.$$

Na sl. 9—1 vidimo spojene ampermetre ispred otpornika R_1 i R_2 i iza R_1, koji pokazuju jednaku struju I, a priključeni voltmetri pokazuju napone (padove napona) U_1 i U_2.

2 Jednostavni krug s tri otpora $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 20\,\Omega$ i $R_3 = 30\,\Omega$ napaja se iz izvora struje napona $U = 220$ V. Treba izračunati ukupni otpor R, struju I i pad napona na otporima (sl. 9—2)!



Slika 9-2

Iz II Kirchhoffovog zakona formula za izračunavanje ukupnog otpora je:

$$R = R_1 + R_2 + R_3;\; R = 10\,\Omega + 20\,\Omega + 30\,\Omega = 60\,\Omega.$$

Struja koja teče kroz sve otpornike iznosi:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220\text{ V}}{60\Omega} = 3{,}67\text{ A}.$$

Struja I uzrokuje na otporima padove napona:

$$U_1 = I \cdot R_1 = 3{,}67\text{ A} \cdot 10\,\Omega = 36{,}7\text{ V}$$

$$U_2 = I \cdot R_2 = 3{,}67\text{ A} \cdot 20\,\Omega = 73{,}4\text{ V}$$

$$U_3 = I \cdot R_3 = 3{,}67\text{ A} \cdot 30\,\Omega = 110{,}1\text{ V} \approx 110\text{ V}.$$

Prema II Kirchhoffovom zakonu vrijedi:
Napon izvora = zbroj padova napona na otpornicima

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = 36{,}7\text{ V} + 73{,}4\text{ V} + 110\text{ V} \approx 220\text{ V}.$$

Da li smo ispravno računali, kontrolirat ćemo ampermetrima koji će izmjeriti jednaku struju I, a na voltmetrima, koji su priključeni na krajeve pojedinih otpora, očitat ćemo padove napona.

3 Dvije žarulje za 110 V, od koji jedna ima snagu $P_1 = 25$ W, a druga $P_2 = 100$ W, serijski su spojene i priključene na mrežu napona $U = 220$ V. Kakvi su naponi na žaruljama (sl. 9—3)?

Iz podataka na žaruljama izračunat ćemo otpore dok su zagrijane $R_1 = 484\,\Omega$ i $R_2 = 121\,\Omega$. Ukupni otpor žarulja je $R = R_1 + R_2 = 484\,\Omega + 121\,\Omega = 605\,\Omega$. Ukupna struja je

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220\text{ V}}{650\Omega} = 0{,}364\text{ A}.$$

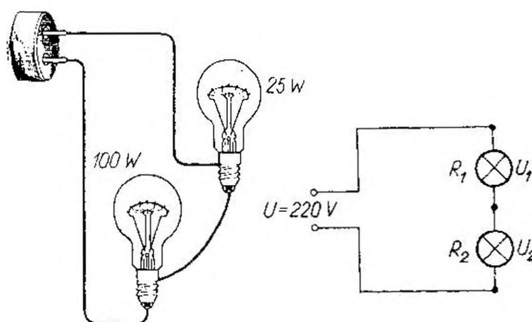
Ova struja stvara na žaruljama padove napona:

$$U_1 = I \cdot R_1 = 0{,}364 \text{ A} \cdot 484\ \Omega \approx 176 \text{ V}$$

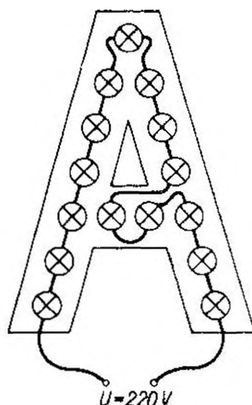
$$U_2 = I \cdot R_2 = 0{,}364 \text{ A} \cdot 121\ \Omega \approx 44 \text{ V}.$$

Kontrola računa

$$U = U_1 + U_2 = 176 \text{ V} + 44 \text{ V} = 220 \text{ V}.$$



Slika 9-3



Slika 9-4

Pouka iz računa:

a) Napon mreže $U = 220$ V ne će se raspodijeliti na polovicu, tj. na $2 \times \times 110$ V. Žarulje pri tom spoju neće imati svaka napon po 110 V kako je to na njima označeno.

b) Napon od 220 V razdijelit će se direktno proporcionalno otporima:

$$U_1 : U_2 = R_1 : R_2;\ 176 : 44 = 484 : 121;\ 4 : 1 = 4 : 1.$$

Veći otpor, žarulje od 25 W, uzrokuje veći pad napona $U_1 = 176$ V, pa žarulja od 25 W svijetli jače od žarulje 100 *W* i može pregorjeti. (Odnos snaga $P_1 : P_2 = R_1 \cdot I^2 : R_2 \cdot I^2 = R_1 : R_2 = 4 : 1$ je pri tom spoju žarulja obrnut. Žarulja koja je izvedena za manju snagu — 25 W — imat će četiri puta veću snagu (156,6 W) negoli žarulja od 100 W).

4 Koliko iluminacionih žarulja napona 14 V (3,5 W) moramo upotrijebiti za reklamno osvjetljenje slova *A*, ako ih serijski priključimo na napon 220 V (sl. 9—4)?

Jedna žarulja mora imati pad napona od približno 14 V. Uz napon izvora od 220 V moramo serijski spojiti

$$\frac{220\ \text{V}}{14\ \text{V}} = 15 \text{ odnosno } 16 \text{ žarulja.}$$

Pri serijskom spoju 15 žarulja, one će jače svijetliti nego normalno. Kod 16 žarulja bit će obrnuto.

Zadaci

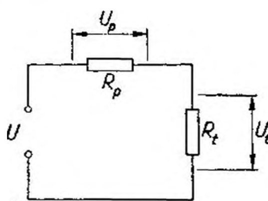
1. Električni krug tvore serijski spojen otpornik $R_1 = 50\ \Omega$, žarulja koje je otpor $R_2 + 150\ \Omega$ i reostat $R_3 = 120\ \Omega$. Koliki je ukupni otpor R ($320\ \Omega$)?

2. Ako je u krugu pod *1* napon izvora 110 V, koliki će biti padovi napona na pojedinim otporima (17,2 V, 51,6 V i 41,3 V)?

10. Izračunavanje predotpora

Pravila i formule

Kada moramo trošilo spojiti na viši napon od onog za koji je građeno, moramo u seriju s njim spojiti predotpor R_p (sl. 10—1). Na predotporu nastaje toliki pad napona U_p da će trošilo dobiti svoj normalni napon U_t koji je niži od napona izvora U.



Slika 10-1

Napon izvora = napon trošila + napon na predotporu.

$$U = U_t + U_p; \quad U = U_t + I \cdot R_p.$$

Iz tog odnosa možemo izračunati predotpor

$$I \cdot R_p = U - U_t; \qquad R_p = \frac{U - U_t}{I}.$$

Snižavanje napona s pomoću omskog otpora je neekonomično jer se u otporu pretvara električna energija u toplinu.

Vježbe

1 Lučnica (sl. 10—2) zahtijeva struju $I = 4$ A pri naponu luka $U_o = 45$ V. Koliki je predotpornik potrebno spojiti u seriju da lučnicu možemo priključiti na istosmjernu struju napona $U = 110$ V?

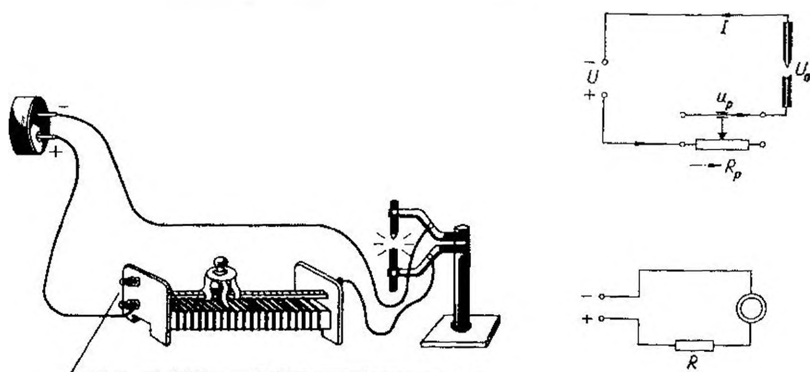
Na slici 10—2 vidimo spoj ugljenih elektroda i predotpora. Raspodjela napona vidljiva je iz nadomjesne sheme (sl. 10—2, desno) ispod koje je shema sa simbolima otpora i lučnice.

Struja $I = 4$ A koja teče lučnicom i predotpor R_p stvara padove napona: na luku korisni pad napona $U_o = 45$ V i na predotporu nekorisni pad napona

$$U_p = U - U_o = 110\text{ V} - 45\text{ V} = 65\text{ V}.$$

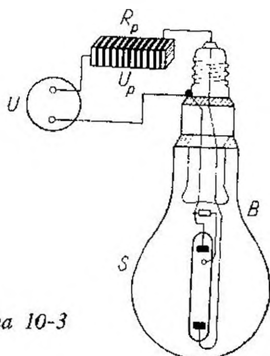
Struja u krugu mora biti tako velika ($I = 4$ A) da na stezaljkama lučnice stvara napon $U_o = 45$ V, a na predotporu R_p višak napona (65 V) do 110 V. (Pri uspostavljanju luka električni su odnosi drugačiji). Predotpor je

$$R_p = \frac{U - U_o}{I} = \frac{110\text{ V} - 45\text{ V}}{4\text{ A}} = \frac{65\text{ V}}{4\text{ A}} = 16{,}25\ \Omega.$$



Slika 10-2

2 Visokotlačna živina sijalica (250 W) s pogonskim naponom 140 V i strujom 2 A priključena je na mrežu 220 V preko predotpora koji treba izračunati (sl. 10—3).



Slika 10-3

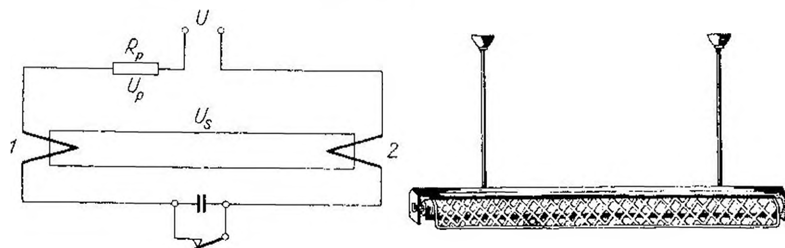
Napon mreže jednak je zbroju padova napona na predotporu R_p i sijalici S:

$$U = U_p + U_s,\ 220\text{ V} = I \cdot R_p + 140\text{ V}$$

$$2\text{ A} = R_p = 220\text{ V} - 140\text{ V} = 80\text{ V};\ R_p = 80\text{ V}/2\text{A} = 40\ \Omega.$$

Struja sijalice stvara na otporu R_p pad napona za koji mora mrežni napon biti manji da sijalica dobije napon paljenja. Pri ukapčanju sijalica će dobiti puni napon mreže. No struja koja postupno raste stvara pad napona na otporu R_p. (Odstranjenjem staklenog balona B, dobit ćemo od sijalice izvor ultravioletnog svjetla).

3 Sijalica snage 40 W s radnim naponom 105 V i strujom 0,4 A priključena je na mrežu 220 V. Treba izračunati predotpor R_p (sl. 10—4)!



Slika 10-4

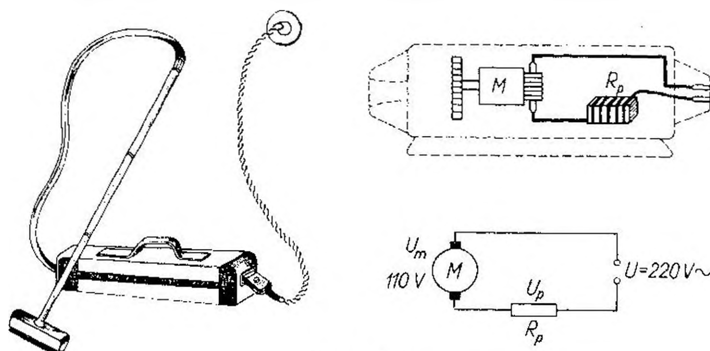
Predotpor mora sniziti napon U_p tako da bi sijalica imala svoj radni napon U_s. Napon mreže 220 V potreban je iz početka zbog paljenja sijalice:

$$U = U_p + U_s; \; U_p = U - U_s; \; I \cdot R_p = 220\,\text{V} - 105\,\text{V} = 115\,\text{V}$$

$$R_p = \frac{115\ \text{V}}{0{,}4\ \text{A}} = 287{,}5\Omega.$$

Pad napona na omskom otporu R_p uzrokuje gubitak električne energije koja se pretvara u toplinu. (Kod izmjenične struje je ekonomičnija prigušnica ili transformator).

4 Usisač prašine snage 170 W građen za napon 110 V treba da se koristi naponom U = 220 V. Koliko velik treba da je predotpor?



Slika 10-5

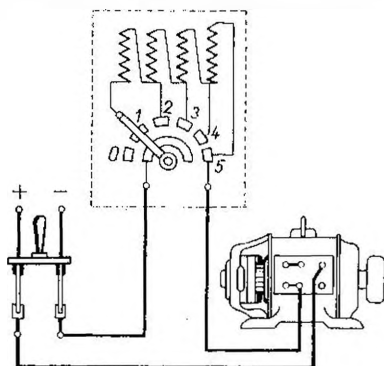
Slika 10—5 prikazuje shemu usisača, gdje vidimo da je motoru M serijski spojen predotpor R_p, što također prikazuje simbolički i donja shema. Univerzalni motor M treba 110 V, a drugih 110 V mora utrošiti predotpornik R_p kako motor ne bi dobio previsok napon (220 V).

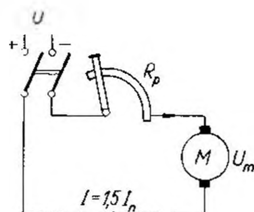
U jednadžbi $U = U_m + U_p = U_m + I \cdot R_p$, tj. 220 V = 110 V + $I \cdot R_p$ su dvije nepoznanice, I i R_p. Struju ćemo izračunati iz podataka usisača

$$I = \frac{P}{U_u} = \frac{170\ \text{W}}{110\ \text{V}} = 1{,}545\ \text{A}$$

$$R_p = \frac{U - U_m}{I} = \frac{220\ \text{V} - 110\ \text{V}}{1{,}545\ \text{A}} = \frac{110\ \text{V}}{1{,}545\text{A}} = 71{,}2\Omega.$$

5 Istosmjerni motor za napon 220 V, unutrašnjeg otpora $R_u = 0{,}2\ \Omega$, ima nazivnu struju $I_n = 12$ A. Koliki je ukupni otpor pokretača da strujni udar ne bude veći od 18 A, tj. 1,5 puta veći od nazivne struje (sl. 10—6)?





Slika 10-6

Ako motor priključimo direktno na mrežu bez pokretača dobit će preveliku struju (kratki spoj), koja može oštetiti motor.

$$I_k = \frac{U}{R_u} = \frac{220\ \text{V}}{0{,}2\Omega} = 1100\ \text{A}.$$

Zbog toga pri pokretanju motora treba struju pokretanja sniziti do vrijednosti $I = 1{,}5\ I_n$, dok motor ne dobije nazivnu brzinu vrtnje i nazivnu struju. U normalnom pogonu reostat je kratko spojen, klizač je u položaju 5, pa motor sam proizvodi napon koji drži ravnotežu priključenom naponu mreže; težimo da ima veliki otpor i da mu je struja male vrijednosti ($I_n = 12$ A) dovoljna za rad.

Želimo da struja ukapčanja bude $I = 1{,}5\ I_n = 18$ A. Iz toga slijedi da u krugu mora biti takav ukupni otpor da je

$$I = \frac{U}{R_p + R_u} = 18\ \text{A} = \frac{220\ \text{V}}{R_p + 0{,}2\ \Omega}$$

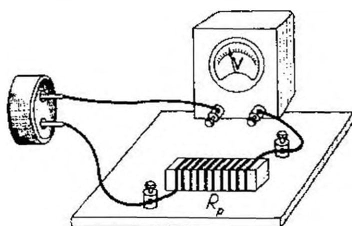
$$R_p = \frac{220\text{ V}}{18\text{ A}} - 0{,}2\,\Omega = 12{,}02\,\Omega.$$

Drugi način izračunavanja proizlazi iz poznatog poučka da napon mreže pokriva sve padove napona u krugu:

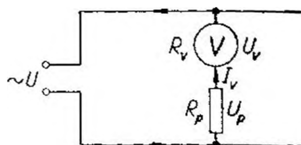
$$U = U_p + U_m;\; U = I \cdot R_p + I \cdot R_u;\; I \cdot R_p = U - I \cdot R_u$$

$$R_p = \frac{U - I \cdot R_u}{I} = \frac{220\text{ V} - 18\text{ A} \cdot 0{,}2\,\Omega}{18\text{ A}} = 12{,}02\,\Omega.$$

6 Voltmetar ima mjerno područje do $U_v = 10$ V, a njegov otpor R_v je 100Ω. Koliki mora biti predotpor R_p da bismo voltmetrom mogli mjeriti napone do 250 V (sl. 10–7)?



Slika 10-7



Slika 10-8

Mjerno područje voltmetra proširit ćemo dodavanjem serijskog predotpora. Napon koji želimo mjeriti rastavit ćemo na dva pada napona: pad napona U_R na otporu i pad napona na stezaljkama voltmetra U_v (na otporu mjernog instrumenta R_v; (sl. 10–8):

$$U = U_R + U_v;\; 250\text{ V} = U_R + 10\text{ V}.$$

Struja, koja teče instrumentom kada on pokazuje puni otklon 10 V, je:

$$I_v = \frac{U_v}{R_v} = \frac{10\text{ V}}{100\,\Omega} = 0{,}1\text{ A}.$$

Jednaka struja teče voltmetrom i pri 250 V ako je uključen predotpor. Stoga je:

$$250\text{ V} = I_v \cdot R_p + 10\text{ V};\; I \cdot R_p = 250\text{ V} = 240\text{ V},$$

a predotpor

$$R_p = \frac{240\text{ V}}{0{,}1\text{ A}} = 2\,400\,\Omega.$$

Uz predotpor pokazuje voltmetar opet 10 V; istina, skala je označena prema predotporu. Na predotporu R_p je višak napona do 250 V, tj. 240 V. U našem slučaju je U_p 24 puta veći od U_v (240 : 10 = 24). I predotpor R_p je 24 puta veći od otpora voltmetra R_v.

Iz prethodnog računa izvodimo opću formulu za izračunavanje predotpora

$$R_p = \frac{250\ \text{V} - 10\ \text{V}}{0{,}1\ \text{A}},$$

odnosno primijenivši opće oznake:

$$R_p = \frac{U - U_v}{I_v}; \qquad R_p = \frac{U}{I_v} - R_v.$$

7 Koliki mora biti predotpor R_p voltmetra koji ima mjerno područje 50 V, a unutrašnji otpor $R_v = 200\ \Omega$, da bi mu se mjerno područje proširilo do 300 V (sl. 10—9)?

Napon koji mjerimo na stezaljkama dinama između točaka *1* i *2* je:

$$U = U_R + U_v;\ 300\ \text{V} = U_R + 50\ \text{V} = I_v \cdot R_p + 50\ \text{V}.$$

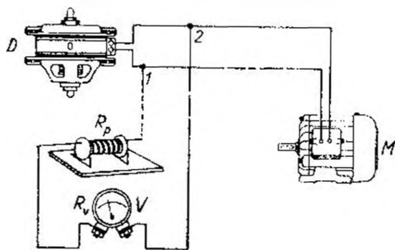
Predotpor je

$$R_p = \frac{300\ \text{V} - 50\ \text{V}}{I_v},$$

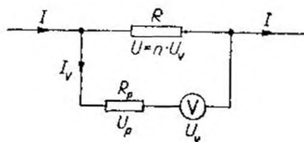
gdje je I_v struja voltmetra pri maksimalnom otklonu njegove kazaljke, a jednaka je:

$$I_v = \frac{Uv}{R_v} = \frac{50\ \text{V}}{200\ \Omega} = 0{,}25\ \text{A}, \qquad R_p = \frac{250\ \text{V}}{0{,}25\ \text{A}}\ 1\ 000\ \Omega.$$

(Predotpor je smješten sa voltmetrom u isto kućište).



Slika 10-9



Slika 10-10

8 Voltmetar koji ima mjerno područje 2 V i unutrašnji otpor $R_v = 100\ \Omega$, želimo koristiti za područje za 100 V. Koliki predotpor R_p moramo spojiti u seriju s voltmetrom?

Na slici 10—10 prikazana je shema koja pokazuje kako se povisuje mjerni opseg voltmetra na više napone, u našem slučaju do 100 V.

Voltmetar podnosi napon od samo 2 V i struju

$$I_v = \frac{U_v}{R_v} = \frac{2\ \text{V}}{100\ \Omega} = 0{,}02\ \text{A}.$$

Kad bismo voltmetar priključili na viši napon bez predotpora kazaljka ne bi mogla pokazati veći otklon od 2 V a postojala bi opasnost da pregori zavojnica instrumenta.

Za izračunavanje predotpora možemo primijeniti opću formulu poznatu od ranije ili poći od činjenice da se suvišak napona mora poništiti na predotporniku, tj.

$$U_p = U - U_v = 100\ \text{V} - 2\ \text{V} = 98\ \text{V}$$

mora biti pad napona na predotporu R_p. Iz Ohmovog zakona dalje proizlazi:

$$R_p = \frac{U_p}{I_v} = \frac{98\ \text{V}}{0{,}02\ \text{A}} = 4\,900\ \Omega.$$

Predotpor je ovdje jednak omjeru pada napona i struje I_v koja teče krugom kada voltmetar pokazuje najveći otklon.

Ako trošilo (sl. 10—9) ima npr. polovicu napona 50 V, kroz otpore R_p i R_v teče polovica struje I_v koja će zakrenuti kazaljku voltmetra do polovice skale, a otpor R_p će poništiti pola vrijednosti napona, tj. 49 V od onog u prvom primjeru.

Područje se u našem primjeru povećalo 100 V/2 V = 50 puta. Općenito je proširenje područja voltmetra:

$$n = \frac{U}{U_v}.$$

Nakon uvrštenja $U = U_p + U_v$ slijedi

$$n = \frac{U_p + U_v}{U_v} = \frac{U_p}{U_v} + 1;$$

$$n - 1 = \frac{I_v \cdot R_p}{I_v \cdot R_v}$$

$$R_p = (n - 1) \cdot R_v.$$

Formulu ćemo koristiti za izračunavanje predotpora R_p za bilo koje n-struko povećanje područja voltmetra, kada znamo koliki je njegov otpor R_v.

9 Voltmetar ima unutrašnji otpor 80 Ω pri području 30 V. Treba izračunati predotpor R_p, da bismo voltmetrom mogli mjeriti napone do 360 V!

Prema općoj formuli iz prijašnjeg primjera, predotpor je $R_p = (n - 1)\,R_v$, gdje je

$$n = \frac{360\ \text{V}}{30\ \text{V}} = 12\text{-struko povećanje područja.}$$

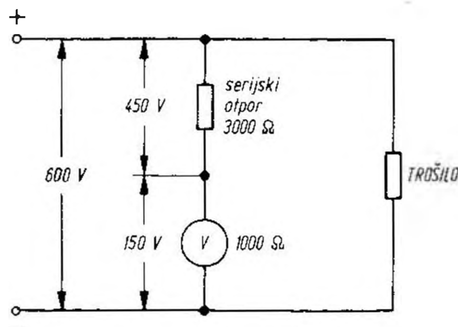
Stoga je

$$R_v = (12 - 1) \cdot 80\ \Omega = 880\ \Omega.$$

Predotpor R_v za novo područje do 360 V treba da ima 880 Ω.

10 Neki voltmetar sa skalom do 150 V ima otpor 1000 Ω. Koliki je otpornik potrebno spojiti u seriju s voltmetrom da se njegovo mjerno područje proširi do 600 V?

Spoj izvedemo prema slici 10–11. Voltmetar će pokazivati 150 V kad krozanj teče struja $I = 150:1000 = 0{,}15$ A. Voltmetar ne smije dobiti napon viši od 150 V. Preostalih $600 - 150 = 450$ V mora biti jednako padu napona u serijskom otporniku. Taj serijski otpornik, koji nazivamo i predotpornik, mora dakle imati otpor:



Slika 10-11

$$R_s = \frac{U_s}{I} = \frac{450}{0{,}15} = 3000\ \Omega.$$

Kad mjerimo s tim serijskim otpornikom, svaki volt na skali voltmetra znači 4 volta jer smo opseg mjerenja 4 puta povećali ($600:150 = 4$).

A možemo i ovako razmišljati: Voltmetar bi kod 600 V trebalo da mjeri $600:150 = 4$ puta viši napon nego kod 150 V. Serijski otpornik mora dakle imati toliki otpor da struja kod 600 V bude jednaka kao kod 150 V bez serijskog otpornika. Budući da je napon 4 puta viši, mora i ukupni otpor biti 4 puta veći da struja ostane jednaka, tj. ukupni otpor mora iznositi $4 \times 1000 = 4000\ \Omega$. A ako je 1000 Ω već ugrađeno u voltmetar, mora serijski otpornik imati otpor $4000 - 1000 = 3000\ \Omega$.

Zadaci

1. Koliko metara nikelinske žice promjera 1,3 mm treba namotati za predotpor koji uz struju od 15 A mora smanjiti napon u krugu za 50 V? (Uz električnu otpornost $\rho = 0{,}4\ \Omega\,\text{mm}^2/\text{m}$ izlazi $l = 11$ m.)
2. Koliki treba da bude predotpor za trošilo napona 120 V i 20 A, kojeg trebamo priključiti na mrežu 220 V (5 Ω)?

11. Razgranati strujni krug. Paralelni spoj otpora

Pravila i formule

Ohmov zakon primijenjujemo pri izračunavanju jednostavnog kruga. Pri računanju složenijeg kruga, koristimo se Kirchhoffovim zakonima.

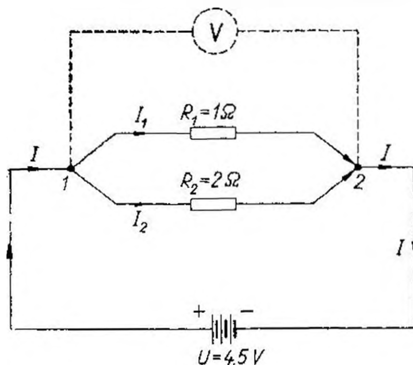
I Kirchhoffov zakon odnosi se na grananje struje i glasi: Zbroj struja što dotječu do jedne točke jednak je zbroju struja koje teku od te točke.

1. U jednostavnom primjeru (sl. 11—1) struja I koja dotječe do točke *1* grana se na struje I_1 i I_2, koje se u točki *2* ponovo udružuju u struju I. Vrijedi:

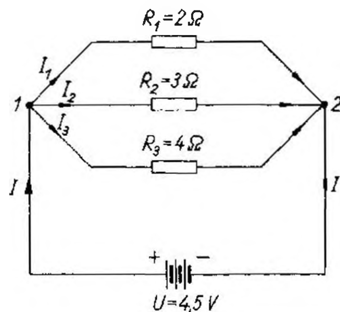
$$I = I_1 + I_2, \text{ ili } I - I_1 - I_2 = 0.$$

Za tri grane prema sl. 11—2 vrijedi:

$$I = I_1 + I_2 + I_3; \ I - I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$



Slika 11-1



Slika 11-2

2. Na točke *1* i *2* priključen je izvor napona U. Taj napon jednak je za sve paralelno spojene otpore:

$$R_1 \cdot I_1 = U; \ R_2 \cdot I_2 = U$$

3. Iz tog proizlazi

$$R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2; \ \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$I_1 : I_2 = R_2 : R_1.$$

Struje se dijele na pojedine grane obrnuto proporcionalno njihovim otporima, odnosno direktno proporcionalno njihovim vodljivostima.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{R_1} : \frac{I}{R_2}; \frac{I_1}{I_2} = \frac{G_1}{G_2}.$$

Za tri grane prema sl. 11–2 vrijedi:

$$I_1 : I_2 : I_3 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3}$$

$$I_1 : I_2 : I_3 = G_1 : G_2 : G_3.$$

Što je veći otpor grane, to je manja struja, i obrnuto, što je veća vodljivost grane, to je veća struja.

4. Ukupna vodljivost G jednaka je zbroju vodljivosti pojedinih grana:

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \ldots$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti otpora pojedinih grana.

Vježbe

1 Paralelno spojeni otpori $R_1 = 1\,\Omega$ i $R_2 = 2\,\Omega$ ukopčani su na izvor struje napona $U = 4{,}5$ V.

Kolike struje teku pojedinim otporima? Koliki je ukupni otpor? Kolika je ukupna struja (sl. 11–1)?

Otpori su priključeni na isti napon U.

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{4{,}5\text{ V}}{1\,\Omega} = 4{,}5\text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{4{,}5\text{ V}}{2\,\Omega} = 2{,}25\text{ A}.$$

Ukupna struja je:

$$I = I_1 + I_2 = 4{,}5\text{ A} + 2{,}25\text{ A} = 6{,}75\text{ A}.$$

Struje su obrnuto proporcionalne otporima grane, odnosno direktno proporcionalne vodljivostima. Voltmetar pokazuje za obadva otpora jednaki napon:

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$$

$$I_1 : I_2 = R_2 : R_1;\ 4{,}5\text{ A} : 2{,}25\text{ A} = 2\,\Omega : 1\,\Omega.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora, odnosno ukupna vodljivost kruga:

$$G = G_1 + G_2; \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{1\,\Omega} + \frac{1}{2\,\Omega} = \frac{3}{2\,\Omega}.$$

Prema tome je ukupni otpor

$$R = \frac{2}{3}\,\Omega.$$

Ukupni otpor je manji od najmanjeg otpora (1 Ω). Zbog kontrole izračunat ćemo ukupnu struju prema Ohmovom zakonu:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{\frac{2}{3}\,\Omega} = \frac{4{,}5\ \text{V} \cdot 3}{2\,\Omega} = 6{,}75\ \text{A}.$$

Prijašnji proračun ukupne struje je ispravan.

2 Tri paralelno spojena otpora $R_1 = 2\,\Omega$, $R_2 = 3\,\Omega$, $R_3 = 4\,\Omega$ priključit ćemo na izvor napona 4,5 V. Kolike su struje pojedinih grana? Kolika je ukupna struja i otpor cijelog kruga (sl. 11—2)?

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{2\,\Omega} = 2{,}25\ \text{A}; \qquad I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{3\,\Omega} = 1{,}5\ \text{A}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{4\,\Omega} = 1{,}125\ \text{A}.$$

Ukupna struja:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 4{,}875\ \text{A}.$$

Struje se dijele proporcionalno vodljivostima:

$$I_1 : I_2 : I_3 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3}$$

$$2{,}25\ \text{A} : 1{,}5\ \text{A} : 1{,}125\ \text{A} = \frac{1}{2\,\Omega} : \frac{1}{3\,\Omega} : \frac{1}{4\,\Omega}.$$

Ukupni će otpor biti:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2\,\Omega} + \frac{1}{3\,\Omega} + \frac{1}{4\,\Omega} = \frac{6 + 4 + 3}{12\,\Omega} = \frac{13}{12\,\Omega}; \qquad R = \frac{12}{13}\,\Omega.$$

Ukupni je otpor manji od najmanjeg otpora $R_1 = 2\,\Omega$. Ukupnu struju možemo izračunati iz Ohmova zakona:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{4{,}5\text{ V}}{\frac{12}{13}\,\Omega} = \frac{4{,}5\text{ V}\cdot 13}{12\,\Omega} = 4{,}875\text{ A}.$$

3 Kako se dijeli struja $I = 60$ A u dvije paralelne grane s otporima $R_1 = 250\,\Omega$ i $R_2 = 350\,\Omega$?

Za razgranate strujne krugove vrijede ovi odnosi:

$$I_1 : I_2 = R_2 : R_1; \; I = I_1 + I_2.$$

To su dvije jednadžbe s dvjema nepoznanicama (I_1 i I_2).

Prvoj jednadžbi dat ćemo oblik $I_1 = I_2\, R_2/R_1$ koji ćemo uvrstiti u drugu jednadžbu:

$$I = \frac{R_2}{R_1}\cdot I_2 + I_2 = I_2\left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right)$$

$$I = I_2\,\frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Dakle struja je druge grane

$$I_2 = I\,\frac{R_1}{R_2 + R_1} = 60\text{ A}\,\frac{250\,\Omega}{250\,\Omega + 350\,\Omega}$$

$$I_2 = 60\text{ A}\,\frac{250\,\Omega}{600\,\Omega} \approx 25\text{ A}.$$

Struja u prvoj grani je

$$I_1 = I - I_2 = 60\text{ A} - 25\text{ A} = 35\text{ A}.$$

4 Treba izračunati ukupni otpor pet paralelno spojenih i jednakih otpora $R = 10\,\Omega$. Utvrdite opću formulu za ukupni otpor n jednakih i paralelno spojenih otpora:

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \ldots\ldots = n\frac{1}{R}$$

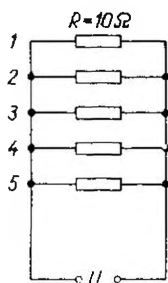
ukupni otpor je

$$R_u = \frac{R}{n},$$

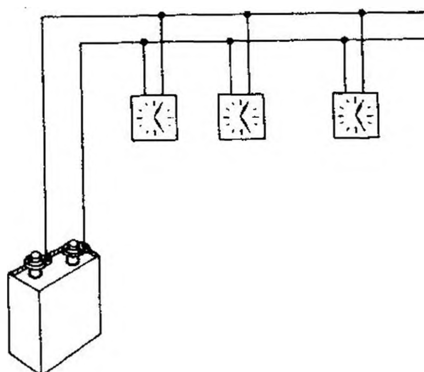
gdje je n broj paralelno spojenih jednakih otpora R. Pri $R = 10\,\Omega$ i $n = 5$ ukupni je otpor (sl. 11—3)

$$R_u = \frac{10\,\Omega}{5} = 2\,\Omega.$$

Što je više paralelno spojenih otpora, to je manji ukupni otpor. Pri jednakim, paralelno spojenim otporima ukupni je otpor toliko puta manji od jednog otpora, koliko otpora ima.



Slika 11-3



Slika 11-4

5 Koliku struju daje istosmjerni izvor napona 12 V, koji napaja 10 električnih satova? Satovi imaju otpor od po 200 Ω i svi su paralelno spojeni (sl. 11—4).

Formula izvedena u prošlom primjeru za jednake i paralelno spojene otpore glasi: $R_u = R/n$. Stoga je ukupni otpor

$$R_u = \frac{200\ \Omega}{10} = 20\ \Omega.$$

Ukupni je otpor deset puta manji nego li otpor pojedinog sata. Izvor daje struju:

$$I = \frac{U}{R_u} = \frac{12\ \text{V}}{20\ \Omega} = 0{,}6\ \text{A}.$$

6 Suha baterija džepne svjetiljke napona $U = 2{,}5$ V daje struju dvjema paralelno spojenim žaruljama (sl. 11—5). Žarulje imaju otpore $R_1 = 8{,}3\ \Omega$ i $R_2 = 12{,}5\ \Omega$. Treba izračunati ukupni otpor i struju te struju u žaruljama.

Prema shemi na sl. 11—5 obje žarulje imaju isti napon $U = 2{,}5$ V. Struja u prvoj žarulji je:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{2{,}5\ \text{V}}{8{,}3\ \Omega} = 0{,}3\ \text{A},$$

dok je struja u drugoj žarulji:

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{2{,}5\ \text{V}}{12{,}5\ \Omega} = 0{,}2\ \text{A}.$$

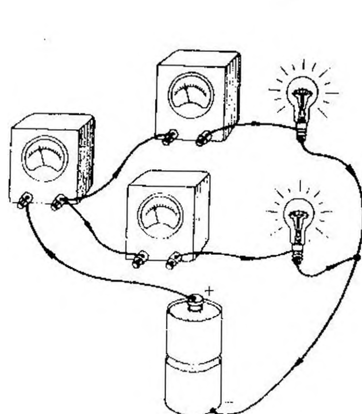
Ukupna struja je:

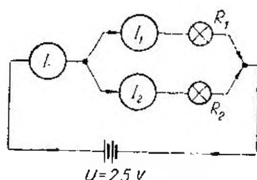
$$I = I_1 + I_2 = 0{,}3\ \text{A} + 0{,}2\ \text{A} = 0{,}5\ \text{A}.$$

Ukupna vodljivost je:

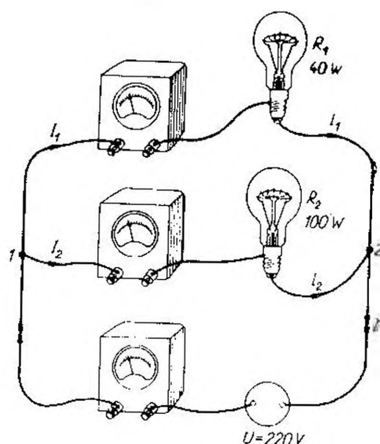
$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{8{,}3\ \Omega} + \frac{1}{12{,}5\ \Omega}$$

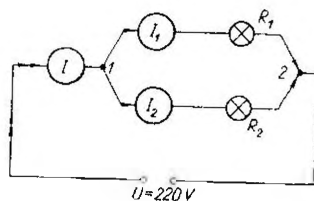
$$\frac{1}{R_u} = \frac{12{,}5\ \Omega + 8{,}3\ \Omega}{8{,}3\ \Omega \cdot 12{,}5\ \Omega} = \frac{20{,}8\ \Omega}{103{,}75\ \Omega^2} \approx \frac{1}{5\ \Omega}.$$





Slika 11-5





Slika 11-6

Prema tome je ukupni otpor $R_u = 5\,\Omega$. Ukupna struja je:

$$I = \frac{U}{R_u} = \frac{2{,}5\text{ V}}{5\,\Omega} = 0{,}5\text{ A}.$$

Struje I, I_1 i I_2 možemo očitati i sa ampermetara (umjesto da ih računamo) prema spoju prikazanom na sl. 11—5 u njegovoj shemi.

7 Treba odrediti struje u žaruljama koje su paralelno spojene na rasvjetnu mrežu napona $U = 220$ V. Otpor prve žarulje je $R_1 = 1\,210\,\Omega$, a druge $R_2 = 484\,\Omega$ (sl. 11—6).

Napon u točkama *1* i *2* tj. za obje žarulje je isti. Struja prve žarulje je:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{220\text{ V}}{1\,210\,\Omega} \approx 0{,}182\text{ A}.$$

Struja druge žarulje je:

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{220\text{ V}}{484\,\Omega} = 0{,}454\text{ A}.$$

Iz mreže teče ukupna struja:

$$I = I_1 + I_2 = 0{,}182\text{ A} + 0{,}454\text{ A} = 0{,}636\text{ A}.$$

Ukupni otpor paralelno spojenih žarulja izračunat ćemo iz ukupne vodljivosti:

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{1\,210\,\Omega} + \frac{1}{484\,\Omega} = \frac{484\,\Omega + 1\,210\,\Omega}{1\,210\,\Omega \cdot 484\,\Omega}$$

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1\,694\,\Omega}{585\,640\,\Omega^2}; \quad R_u = \frac{585\,640\,\Omega^2}{1\,694\,\Omega} = 346\,\Omega.$$

Kontrola ukupne struje daje

$$I = \frac{U}{R_u} = \frac{220\text{ V}}{346\,\Omega} = 0{,}636\text{ A}.$$

Struje I, I_1, I_2 možemo izmjeriti jednim ampermetrom kojeg postupno spajamo prema shemi na slici 11—6. Mjerenje točnijim ampermetrom daje točniji rezultat nego što ćemo ga dobiti računajući prema otporima označenim na žaruljama.

8 Koliko veliku struju daje 6 voltni automobilski akumulator za stop lampe (12 Ω), sirenu (2 Ω) i reflektor (1 Ω), (sl. 11—7)?

Svi paralelno spojeni potrošači imaju zajednički napon. Stuja stop lampe je

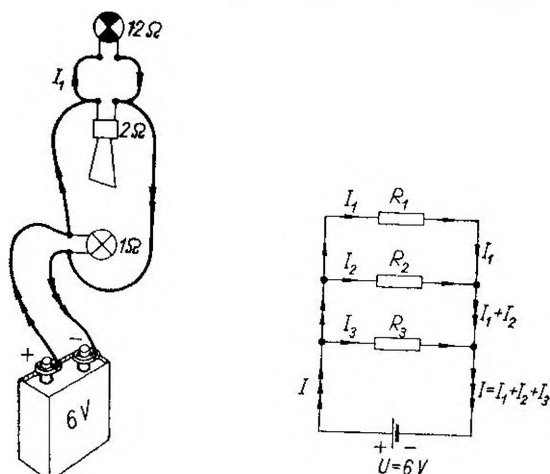
$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{6\text{ V}}{12\,\Omega} = 0{,}5\text{ A},$$

a struja sirene i reflektora:

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{6\ \text{V}}{2\ \Omega} = 3\ \text{A}; \qquad I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{6\ \text{V}}{1\ \Omega} = 6\ \text{A}.$$

Ukupna struja iz akumulatora iznosi:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 0{,}5\ \text{A} + 3\ \text{A} + 6\ \text{A} = 9{,}5\ \text{A}.$$



Slika 11-7

Ukupni otpor vanjskog kruga dobit ćemo iz ukupne vodljivosti (S = simens = 1/Ω):

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{12\ \Omega} + \frac{1}{2\ \Omega} + \frac{1}{1\ \Omega} = \frac{1 + 6 + 12}{12\ \Omega} = \frac{19}{12}\ \text{S}$$

Prema tome je ukupni otpor:

$$R_u = \frac{12\ \Omega}{19} \approx 0{,}632\ \Omega.$$

Kontrola ukupne struje:

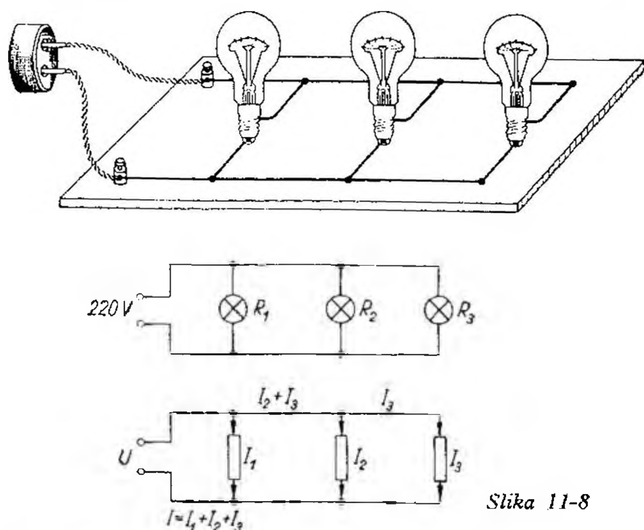
$$I = \frac{U}{R_u} = \frac{6\ \text{V}}{0{,}632\ \Omega} = 9{,}5\ \text{A}.$$

Struje u pojedinim granama u istom su međusobnom odnosu kao i vodljivosti grana:

$$I_1 : I_2 : I_3 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3}$$

$$0{,}5\ \text{A} : 3\ \text{A} : 6\ \text{A} = \frac{1}{12\ \Omega} : \frac{1}{2\ \Omega} : \frac{1}{1\ \Omega} = \frac{1}{12\ \Omega} + \frac{6}{12\ \Omega} = \frac{12}{12\ \Omega} = 1 : 6 : 12.$$

9 Tri paralelno spojene žarulje imaju otpore $R_1 = 1\,210\ \Omega$, $R_2 = 606{,}6\ \Omega$, $R_3 = 484\ \Omega$, a priključene su na rasvjetnu mrežu napona $U = 220\ \text{V}$. Kolike struje teku žaruljama i koliku ukupnu struju vuku iz mreže? Spoj i shemu vidimo na sl. 11–8.



Slika 11-8

Svaka žarulja ima isti napon mreže. Pojedine struje dobit ćemo iz Ohmovog zakona:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{220\ \text{V}}{1\,210\ \Omega} = 0{,}182\ \text{A}\ ; \qquad I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{220\ \text{V}}{606{,}6\ \Omega} = 0{,}363\ \text{A}.$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{220\ \text{V}}{484\ \Omega} = 0{,}455\ \text{A}.$$

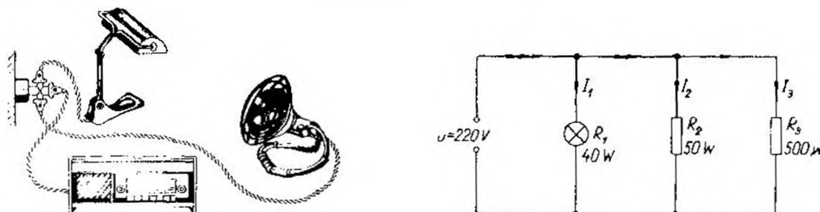
Ukupna struja iz mreže je:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 0{,}182\ \text{A} + 0{,}363\ \text{A} + 0{,}455\ \text{A} = 1\ \text{A}.$$

Tri sobne žarulje (40, 60 i 100 W) uzimaju iz mreže, kada istodobno svijetle struju od 1 A.

Kontrolu izračunavanja struje koju žarulje vuku iz mreže mogli bismo izvršiti prema predašnjem primjeru.

10 Na mrežu $U = 220$ V paralelno su priključeni ovi kućanski aparati: stolna svjetiljka 40 W, radio 50 W i električna grijalica 500 W. Aparati imaju otpore $R_1 = 1\,200\,\Omega$, $R_2 = 968\,\Omega$ i $R_3 = 96{,}8\,\Omega$. Treba izračunati struje pojedinih trošila i ukupnu struju koja zbog njih teče električnim brojilom. Spoj trošila i shema strujnih krugova prikazani su na slici 11–9.



Slika 11-9

Svaki električni potrošač ima isti napon $U = 220$ V. Struja stolne svjetiljke je:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{220 \text{ V}}{1\,210\,\Omega} = 0{,}182 \text{ A},$$

a struja radio-prijemnika i električne grijalice:

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{220 \text{ V}}{968\,\Omega} = 0{,}227 \text{ A}, \qquad I_3 = \frac{220 \text{ V}}{96{,}8\,\Omega} \approx 2{,}27 \text{ A}.$$

Želimo li račun kontrolirati izračunat ćemo ukupni otpor paralelno spojenih otpora i s pomoću njega ponovo ukupnu struju prema Ohmovom zakonu. Ukupna vodljivost triju grana je:

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{1\,210\,\Omega} + \frac{1}{968\,\Omega} + \frac{1}{96{,}8\,\Omega}$$

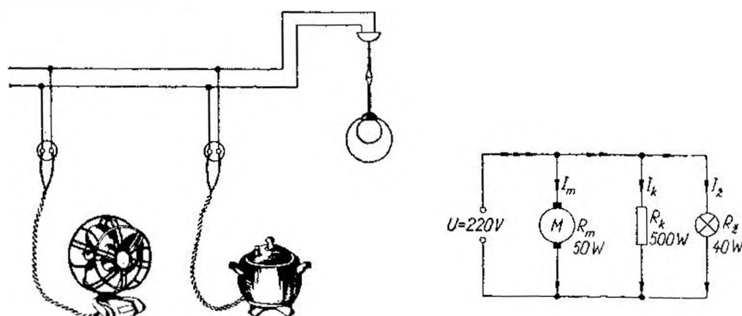
$$R_u = \frac{113\,379\,904\,\Omega}{1\,382\,110} = 82\,\Omega.$$

Ukupna struja:

$$I = \frac{U}{R_u} = \frac{220 \text{ V}}{82\,\Omega} = 2{,}683 \text{ A}.$$

11 Na jednofaznu mrežu priključeni su ovi kućanski aparati: ventilator 50 W, aparat za kuhanje kave 300 W i viseća svjetiljka 60 W; njihovi su otpori $R_v = 968\,\Omega$, $R_k = 161{,}3\,\Omega$, i $R_z = 806{,}6\,\Omega$. Treba ustanoviti kolika je

struja svakog od trošila i kolika je ukupna struja? Spoj trošila i shema strujnih krugova s otporima prikazani su na slici 11—10.



Slika 11-10

Trošila imaju isti napon mreže $U = 220$ V. Struja motora ventilatora je:

$$I_v = \frac{U}{R_v} = \frac{220 \text{ V}}{968\ \Omega} = 0{,}227 \text{ A},$$

a struja aparata za kuhanje kave i struja žarulje svjetiljke:

$$I_k = \frac{U}{R_k} = \frac{220 \text{ V}}{161{,}3\ \Omega} = 1{,}363 \text{ A}, \quad I_ž = \frac{U}{R_ž} = \frac{220 \text{ V}}{806{,}6\ \Omega} = 0{,}272 \text{ A}.$$

Ukupna je struja:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 0{,}227 \text{ A} + 1{,}363 \text{ A} + 0{,}272 \text{ A} = 1{,}862 \text{ A}.$$

Osigurači kod električnog brojila dimenzionirani su za 6 A.

12 Kućanstvo s velikim trošilima (s velikim strujama) mora imati trofaznu mrežu. Na sl. 11—11 vidimo priključen mali električni štednjak, svjetiljku, stroj za pranje rublja te bojler. Da bi trofazna mreža bila podjednako opterećena, jednofazna trošila priključujemo na različne faze.

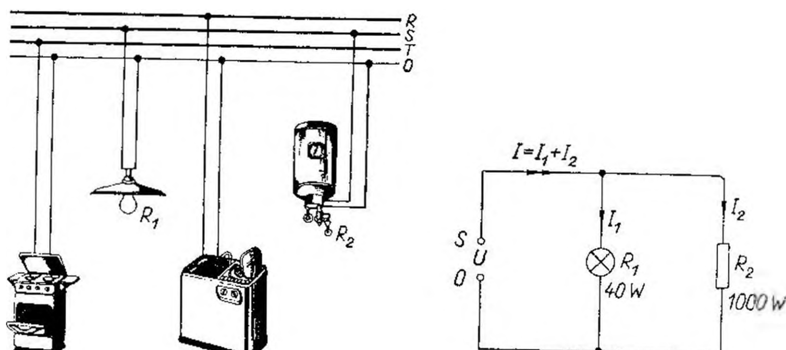
Izračunajmo prema slici 11—11 struje u žarulji svjetiljke i bojleru koji su priključeni na fazu S (S i 0). Otpor žarulje je $R_1 = 1\,210\ \Omega$, a grijaća spirala bojlera $R_2 = 48{,}4\ \Omega$.

Struja žarulje iz faze S iznosi:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{220 \text{ V}}{1\,210\ \Omega} = 0{,}182 \text{ A}.$$

a struja za bojler:

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{220 \text{ V}}{48{,}4\ \Omega} = 4{,}54 \text{ A}.$$



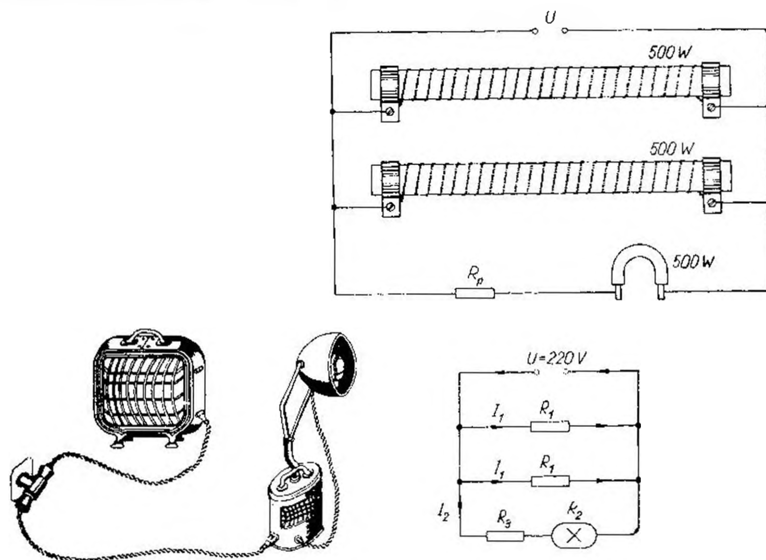
Slika 11-11

Ukupna struja iz faze S:

$$I = I_1 + I_2 = 0{,}182\ \text{A} + 4{,}54\ \text{A} \approx 4{,}722\ \text{A}.$$

Na isti se način izračuna struja i za ostale faze (R, T).

13 Električna peć i visinsko sunce su paralelno spojeni (sl. 11 – 12). Grijaća tijela imaju otpore $R_1 = 96{,}8\ \Omega$, a visinsko sunce u pogonu $R_2 = 73{,}3\ \Omega$; njegov predotpor je $R_3 = 88\ \Omega$.



Slika 11-12

Struja grijaćeg tijela snage 500 W je:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{220\ \text{V}}{96{,}8\ \Omega} = 2{,}27\ \text{A},$$

a struja visinskog sunca:

$$I_2 = \frac{U}{R_2 + R_3} = \frac{220\ \text{V}}{73{,}3\ \Omega + 88\ \Omega} = \frac{220\ \text{V}}{161{,}3\ \Omega} = 1{,}363\ \text{A}.$$

Ukupna je struja:

$$I = 2I_1 + I_2 = 2 \cdot 2{,}27\ \text{A} + 1{,}363\ \text{A} = 5{,}903\ \text{A}.$$

Prema shemi na sl. 11—12 ukupna je vodljivost cijelog spoja:

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} = \frac{2}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3}$$

$$\frac{1}{R_u} = \frac{2}{96{,}8\ \Omega} + \frac{1}{161{,}3\ \Omega} = \frac{2 \cdot 161{,}3 + 96{,}8}{96{,}8 \cdot 161{,}3\ \Omega} = \frac{419{,}4}{15\ 613{,}84\ \Omega}.$$

Ukupni otpor je:

$$R_u = \frac{15\ 613{,}84\ \Omega}{419{,}4} = 37{,}4\ \Omega.$$

Kontrola ukupne struje

$$I = \frac{U}{R_u} = \frac{220\ \text{V}}{37{,}4\ \Omega} \approx 5{,}9\ \text{A}.$$

14 Akumulatorska baterija ima 24 V, tj. 6 akumulatora po 4 V kapaciteta 14 Ah i struje punjenja 1,4 A. Akumulatorska baterija ima ukupni unutrašlji otpor $R_u = 0{,}1\ \Omega$, a mora se puniti iz istosmjerne mreže napona 110 V. Predotpor je izveden od serijskog spoja žarulja (po 100 W, 220 V). Koliko žarulja moramo upotrijebiti (sl. 11—13)?

Napon mreže pokriva sve padove napona kruga, tj. napon akumulatora 24 V, pad napona na žaruljama $I \cdot R_{žu}$ i unutrašnji pad napona u akumulatorima $I \cdot R_u$ Prema tome vrijedi jednadžba:

$$U = U_m + U_{žu} + U_u = 24\ \text{V} + I \cdot R_{žu} + I \cdot R_u$$

$$110\ \text{V} = 24\ \text{V} + 1{,}4\ \text{A} \cdot R_{žu} + 1{,}4\ \text{A} \cdot 0{,}1\ \Omega = 1{,}4\ \text{A} \cdot R_{žu} + 24{,}14\ \text{V}.$$

Prema tome je vrijednost predotpornika:

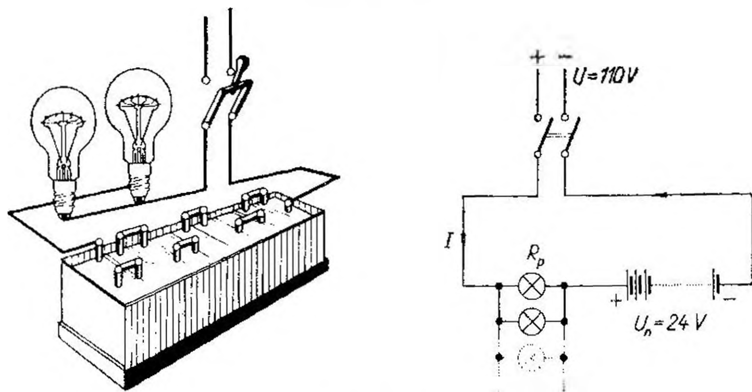
$$R_{žu} = \frac{110\ \text{V} - 24{,}14\ \text{V}}{1{,}4\ \text{A}} = \frac{85{,}86\ \text{V}}{1{,}4\ \text{A}} = 61{,}3\ \Omega.$$

Potrebno je još riješiti koliko žarulja od 100 W, 220 V moramo upotrijebiti i kako ih spojiti. Jedna žarulja ima otpor ($P = U \cdot I = U \cdot U/R = U^2/R$)

$$R_ž = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2\ V^2}{100 W} = \frac{48\,400\ V^2}{100\ W} = 484\ \Omega.$$

Otpor jedne žarulje je veći negoli potrebni otpor $R_{žu}$. Zbog toga je potrebno žarulje spojiti paralelno. Pri paralelnom spoju otpor je jedne žarulje $R_ž$ toliko puta manji, koliko žarulja spojimo paralelno. Vrijedi: $R_ž = n \cdot R_{žu}$, odakle je

$$n = \frac{R_ž}{R_{žu}} = \frac{484}{61,3} = 7,89 \approx 8.$$



Slika 11-13

Predotpornik ćemo dakle načiniti od 8 paralelno spojenih žarulja. (Žarulje ćemo upotrijebiti samo onda ako nemamo podesni reostat).

Zadaci

1. Razgranati krug ima četiri paralelno spojena otpornika otpora 6, 4, 3 i 8 Ω. U čvorište dolazi struja od 20 A. Kolike struje teku svakom granom (3,81 A; 5,71 A; 7,62 A; 2,86 A)?

2. Napon kruga je 12 V, a ukupna je struja za četiri paralelno spojene žarulje 8 A. Treba izračunati otpor svake žarulje (6 Ω)?

12. Proračun šenta za ampermetar

Pravila i formule

Šent je otpornik koji paralelno priključujemo na stezaljke ampermetra (paralelno na unutrašnji otpor instrumenta), da bismo povećali njegovo mjerno područje. Mjerena struja I razdijeli se između šenta (R_S, I_S) i ampermetra (R_A, I_A) u obrnutom odnosu njihovih otpora. Otpor je šenta:

$$R_S = R_A \cdot \frac{I_A}{I - I_A}.$$

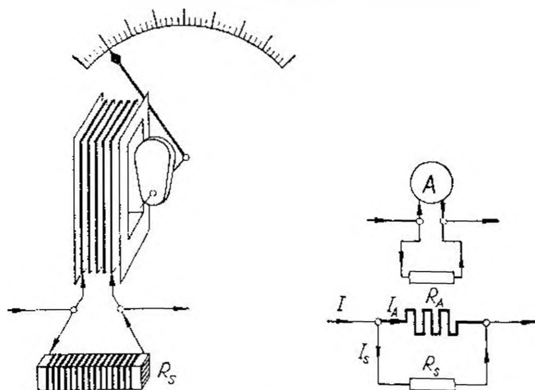
Otpor je šenta pri n-strukom povećanju opsega:

$$R_S = \frac{n-1}{R_A}$$

Vježbe

1 Elektromagnetski ampermetar ima unutrašnji otpor $R_A = 10\,\Omega$ i mjerno područje do 1 A. Treba izračunati otpor R_S šenta tako da ampermetar može mjeriti struje do 20 A.

Da bismo mogli mjeriti jakost struje malim ampermetrom, treba veći dio glavne struje odvesti bočnom granom — šentom R_S (vidi sl. 12—1 sa shemama).



Slika 12-1

Mjernu struju $I = 20$ A treba, dakle, razdijeliti na struju $I_A = 1$ A što teče ampermetrom i na struju I_S koja prolazi šentom i zaobilazi ampermetar.

Mjerna struja I ispred ampermetra i iza njega vlada se prema I Kirchhoffovom zakonu: $I = I_A + I_S$. Prema tome je struja koja teče šentom

$$I_S = I - I_A = 20 \text{ A} - 1 \text{ A} = 19 \text{ A}.$$

Mjerna struja $I = 20$ A mora se razdijeliti u omjeru

$$I_A : I_S = 1 : 19.$$

Iz toga proizlazi da se otpori grana odnose obrnuto proporcionalno sa strujama:

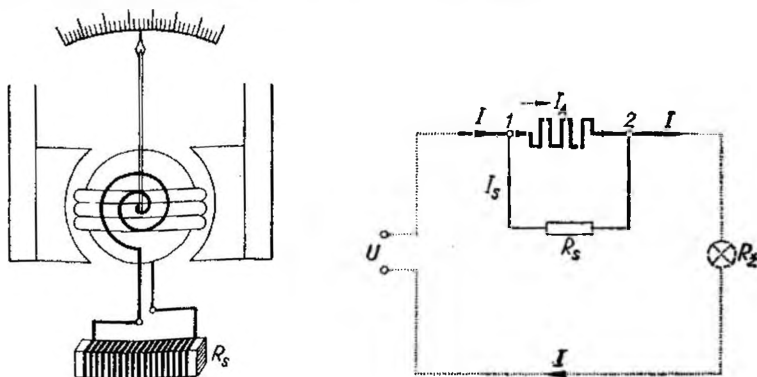
$$I_A : I_S = \frac{1}{R_A} : \frac{1}{R_S}; \qquad I_A : I_S = R_S : R_A.$$

Nakon uvrštenja vrijednosti dobit ćemo $1 : 19 = R_S : 10$. Otpor šenta iznosi

$$R_S = \frac{10\,\Omega}{19} = 0{,}526\,\Omega.$$

Otpor šenta R_S mora biti 19 puta manji od otpora ampermetra R_A, da bi njime tekla struja I_S, 19 puta veća nego što je struja $I_A = 1$ A koja prolazi ampermetrom.

2 Miliampermetar ima područje bez šenta od 10 mA, a unutrašnji otpor 100 Ω. Koliki otpor mora šent imati ako želimo instrumentom mjeriti do 1 A? (Sl. 12—2 sadržava nacrt instrumenta i shemu).



Slika 12-2

Struja $I = 1$ A se grana u točki *1*, zaobilazi instrument da bi u točki *2* ponovo imala vrijednost struje I.

Pri maksimalnom otklonu kazaljke instrumenta zavojnicom instrumenta teći će struja $I_A = 0{,}01$ A, a šentom struja I_S, dakle je $I = I_A + I_S$, odakle slijedi:

$$I_S = I - I_A = 1\ \mathrm{A} - 0{,}01\ \mathrm{A} = 0{,}99\ \mathrm{A} = 990\ \mathrm{mA}.$$

Struja 1 A grana se obrnuto proporcionalno otporima:

$$I_A : I_S = R_S : R_A.$$

Iz odnosa izračunat ćemo otpor šenta:

$$10\ \mathrm{mA} : 990\ \mathrm{mA} = R_S : 100\ \Omega$$

$$R_S = \frac{10 \cdot 100\ \Omega}{990} = \frac{1000\ \Omega}{990} = 1{,}01\Omega.$$

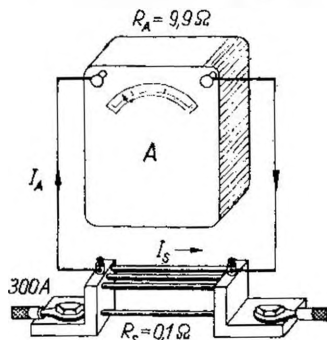
Mjernim instrumentom teče pri punom otklonu kazaljke instrumenta struja $I_A = 0{,}01$ A, šentom R_S struja $I_S = 0{,}99$ A, ali ostalim dijelom kruga 1 A.

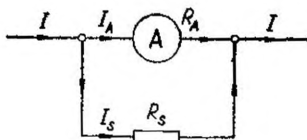
Bez šenta instrument pokazuje puni otklon pri struji $I_A = 0{,}01$ A koja prolazi cijelim krugom. Pri polovičnoj struji $I = 0{,}5$ A proći će polovica struje $I_S = 0{,}495$ A šentom, a polovica struje $I_A/2 = 0{,}005$ A ampermetrom, pa kazaljka pokazuje polovični otklon.

Pri svakoj struji od 0 do 1 A (uz proračunani šent) struje se razdijele po granama u odnosu $R_A : R_S$, tj. 100 : 1,01.

Miliampermetar sa šentom pokazat će na novoj skali (koja odgovara primijenjenom šentu) struju I koja teče strujnim krugom.

3 Ampermetar prema slici 12—3 ima unutrašnji otpor $R_A = 9{,}9\ \Omega$, a njegov šent otpor od $0{,}1\ \Omega$. U kakvom će se odnosu razdijeliti mjerena struja 300 A između instrumenta i šenta?





Slika 12-3

Zadatak ćemo riješiti s pomoću I Kirchhoffova zakona:

$$I = I_A + I_S;\ I_A : I_S = R_S : R_A.$$

Struja u vodiču iznosi:

$$300\ \mathrm{A} = I_A + I_S;\ I_A : I_S = 0{,}1 : 9{,}9.$$

Struja 300 A će se razdijeliti obrnuto proporcionalno otporima:

$$300\,\text{A} = I_A + I_S;\; I_A : I_S = 1 : 99.$$

Iz druge jednadžbe izračunat ćemo struju $I_A = I_S/99$ i uvrstiti u prvu jednadžbu:

$$300\ \text{A} = \frac{1}{99} I_S + I_S; \qquad I_S\left(1+\frac{1}{99}\right) = 300\ \text{A}$$

$$I_S \cdot \frac{100}{99} = 300\ \text{A}; \qquad I_S = \frac{300}{100} \cdot 99\ \text{A} = 297\ \text{A}.$$

Struja u šentu je $I_S = 297$ A, a struja u instrumentu

$$I_A = I - I_S = 300\,\text{A} - 297\,\text{A} = 3\,\text{A}.$$

Od mjerne struje prolazi ampermetrom $I_A = 3$ A, a šentom $I_S = 297$ A. Ampermetar će imati na skali otklon 300 A uzrokovan strujom od 3 A, dok će vodičem prolaziti 100 puta jača struja.

Mjerena struja 300 A se razdijeli obrnuto proporcionalno otporima; gdje je veći otpor, tamo teče slabija struja. Zato je otpor ampermetra 99 puta veći od otpora šenta, pa šentom prolazi 99 puta veća struja (297 : 3 = 99) negoli zavojnicom instrumenta.

4 Ampermetar unutrašnjeg otpora 1,98 Ω pokazuje puni otklon pri struji 2 A, a želimo da pokazuje struju do 200 A. Koliki mora biti otpor šenta koji moramo priključiti paralelno stezaljkama instrumenta?

Ampermetar koji pri punom otklonu zahtijeva struju I_A možemo koristiti sa šentom za jaču struju I. Tada govorimo da smo mjerno područje ampermetra proširili n-puta, $n = I/I_A$. U našem zadatku želimo proširiti područje

$$n = \frac{200\,\text{A}}{2\,\text{A}} = 100\,\text{puta}.$$

Razvit ćemo formulu

$$n = \frac{I}{I_A} = \frac{I_A + I_S}{I_A} = 1 + \frac{I_S}{I_A}; \qquad \frac{I_S}{I_A} = n - 1.$$

Odnos razgranatih struja obrnuto je proporcionalan otporima grana:

$$\frac{I_S}{I_A} = \frac{R_A}{R_S} = n - 1; \qquad \frac{R_A}{R_S} = n - 1; \qquad \frac{R_S}{R_A} = \frac{1}{n-1}$$

Traženi otpor šenta iznosi:

$$R_S = \frac{R_A}{n-1}.$$

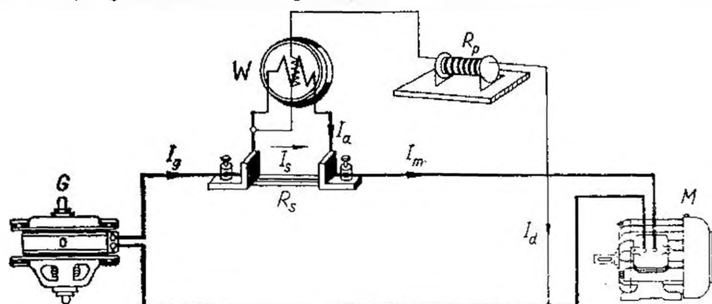
U našem zadatku otpor šenta jednak je

$$R_S = \frac{1{,}98\,\Omega}{100-1} = \frac{1{,}98\,\Omega}{99} = 0{,}02\,\Omega.$$

Ako treba mjeriti struju samo do 20 A, tj. pri proširenju opsega za $n = 20\text{ A}/2\text{ A} = 10$, otpor šenta će biti:

$$R_S = \frac{1{,}98\,\Omega}{10-1} = \frac{1{,}98\,\Omega}{9} = 0{,}22\,\Omega.$$

5 Strujni svitak vatmetra ima šent R_S, a naponski svitak ima predotpornik R_p da bi se proširilo područje vatmetra W (sl. 12—4). Otpor naponskog svitka je $R_v = 100\,\Omega$, a otpor strujnog (serijskog) svitka je $9\,\Omega$, a želimo proširiti područje vatmetra 10 puta. Treba izračunati predotpornik R_p, otpor šenta R_S i ukupnu struju generatora G s naponom $U = 220$ V, ako je struja motora 10 A.



Slika 12-4

Područje naponskog i strujnog svitka moramo jednako proširiti, tj. deseterostruko. Predotpornik je

$$R_p = (n-1)\cdot R_v = (10-1)\cdot 100\,\Omega = 900\,\Omega.$$

Struja u naponskom svitku iznosi:

$$I_d = \frac{U}{R_v + R_p} = \frac{220\text{ V}}{900\,\Omega + 100\,\Omega} = 0{,}22\text{ A}.$$

Otpor šenta proizlazi iz omjera

$$R_S : R_A = I_A : I_S; \quad R_S = R_A\frac{I_A}{I_S} = 9\,\Omega\frac{1\text{ A}}{9\text{ A}} = 1\,\Omega.$$

Zbog toga je $I_A : I_m = 1 : 10$, odnosno $I_A + I_S = 10$ A, pa je

$$I_S = 10\text{ A} - 1\text{ A} = 9\text{ A}.$$

Ukupna struja generatora iznosi:

$$I_g = I_A + I_S + I_d = I_m + I_d = 10\text{ A} + 0{,}22\text{ A} = 10{,}22\text{ A}.$$

6 Ampermetar ima skalu od 0 do 0,15 A i otpor $R_a = 1\ \Omega$. Koliki mora biti otpor paralelnog otpornika ako tim ampermetrom hoćemo mjeriti struje do 1,5 A?

Od ukupne struje $I = 1{,}5$ A smije teći kroz ampermetar samo $I_a = 0{,}15$ A, a kroz paralelni otpornik mora teći ostatak od

$$I_p = I - I_a = 1{,}5 - 0{,}15 = 1{,}35\ \text{A}.$$

Napon na stezaljkama ampermetra i paralelnog otpornika možemo lako izračunati. On je jednak padu napona koji struja kroz ampermetar I_a uzrokuje u njegovu otporu R_a.

$$U = I_a \cdot R_a = 0{,}15 \cdot 1 = 0{,}15\ \text{V}.$$

Da uz napon 0,15 V na stezaljkama paralelnog otpornika struja krozanj bude 1,35 A, mora njegov otpor po Ohmovu zakonu iznositi:

$$R_p = \frac{0{,}15}{1{,}35} = 0{,}111\ \Omega.$$

Zadaci

1. Koliko će mjerno područje imati ampermetar kojemu je unutrašnji otpor 2 Ω, a pri punom otklonu pokazuje struju od 5 A, nakon što mu priključimo šent s otporom od 0,3 Ω (38,3 A)?

2. Miliampermetar s unutrašnjim otporom 50 Ω ima područje do 0,01 A. Treba izračunati otpor šenta za područje do 5 A (0,1 Ω)!

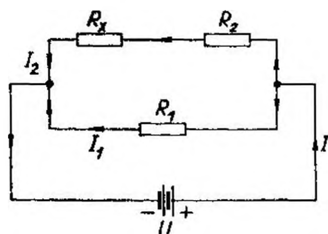
13. Rješavanje složenijih krugova

Pravila i formule

Ohmov zakon vrijedi samo za jednostavni električni strujni krug kojim kroz svaki njegov dio teče ista struja. Kod složenijeg kruga je u pojedinim granama struja različita, pa zbog toga takav krug rješavamo primijenjujući Kirchhoffove zakone. Ove smo zakone upoznali i formule dali u poglavlju 2—1 i 2—3. U ovom poglavlju ćemo se koristiti tim zakonima pri rješavanju složenijih krugova.

Vježbe

1 Treba izračunati otpor R_x koji je potrebno serijski spojiti s otpornikom $R_z = 5\,\Omega$, da granom teče struja $I_z = 3$ A pri naponu izvora $U = 24$ V (sl. 13—1).



Slika 13-1

Prema I Kirchhoffovom zakonu imaju sve grane između točaka *1* i *2* isti napon:

$$U = I_1 \cdot R_1; \; U = I_2 \cdot R_2 + I_2 \cdot R_x.$$

$$24\text{ V} = 3\text{ A} \cdot 5\,\Omega + 3\text{ A} \cdot R_x = 15\text{ V} + 3\text{ A} \cdot R_x.$$

Traženi je otpor:

$$R_x = \frac{24\text{ V} - 15\text{ V}}{3\text{ A}} = \frac{9\text{ V}}{3\text{ A}} = 3\,\Omega.$$

Prema II Kirchhoffovom zakonu algebarski zbroj svih napona u jednostavnom krugu jednak je nuli. Na slici 13—1 prikazana su tri jednostavna kruga u složenom krugu. Jedan od njih je krug R_x, R_2, R_1, za koji vrijedi:

$$-I_2 \cdot R_x - I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 = 0.$$

Ako razmislimo, vidimo da je pad napona $I_1 \cdot R_1 = U = 24$ V, a rješenje ćemo dobiti ako to uvrstimo u predašnju jednadžbu:

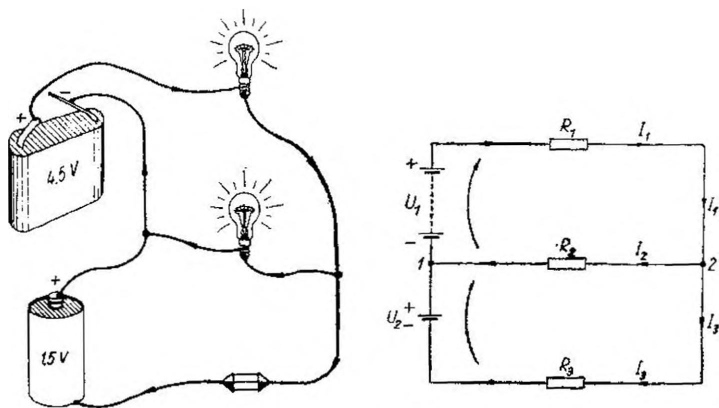
$$-3\text{ A} \cdot R_x - 3\text{ A} \cdot 5\,\Omega + 24\text{ V} = 0.$$

Prema tome

$$R_x = \frac{9\text{ V}}{3\text{ A}} = 3\,\Omega.$$

(Pad napona $I_2 \cdot R_2$ djeluje protivno smjeru kazaljke sata, dok pad napona $I_1 \cdot R_1$, koji ima pozitivni smjer, djeluje u smjeru kazaljke sata).

2 Treba izračunati struje u granama složenog kruga prema slici 13-2. Male žarulje predstavljaju otpore $R_1 = 12{,}5\,\Omega$ (3,8 V, 0,3 A), $R_2 = 17{,}5\,\Omega$ (3,5 V, 0,2 A) i $R_3 = 40\,\Omega$ (4 V, 0,1 A). Izvori (suhe baterije) imaju napon $U_1 = 4{,}5$ V i $U_2 = 1{,}5$ V.



Slika 13-2

Do točke *2* teče struja I_1, a dalje teku struje I_2, I_3. Prema I Kirchhoffovom zakonu vrijedi:

$$I_1 = I_2 + I_3. \tag{1}$$

Sve tri struje su nepoznate i zato ih tražimo. Potrebne su nam tri jednadžbe za izračunavanje triju nepoznanica. Prema II Kirchhoffovom zakonu za gornji krug vrijedi:

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2, \tag{2}$$

a za donji krug

$$U_2 = - I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3. \tag{3}$$

Uvrstimo li zadane vrijednosti, dobit ćemo:

$$4{,}5\ V = I_1 \cdot 12{,}5\ \Omega + I_2 \cdot 17{,}5\ \Omega$$

$$1{,}5\ V = -I_2 \cdot 17{,}5\ \Omega + I_3 \cdot 40\ \Omega.$$

Iz jednadžbe (1), $I_2 = I_1 - I_3$, uvrstit ćemo u jednadžbe (2) i (3)

$$4{,}5\ V = 12{,}5\ \Omega \cdot I_1 + 17{,}5\ \Omega \cdot I_1 - 17{,}5\ \Omega \cdot I_3$$

$$1{,}5\ V = -17{,}5\ \Omega \cdot I_1 + 17{,}5\ \Omega \cdot I_3 + 40\ \Omega \cdot I_3$$

$$4{,}5\ V = 30\ \Omega \cdot I_1 - 17{,}5\ \Omega \cdot I_3 / \cdot 7$$

$$1{,}5\ V = -17{,}5\ \Omega \cdot I_1 + 57{,}5\ \Omega \cdot I_3 / \cdot 12$$

$$31{,}5\ V = 210\ \Omega \cdot I_1 - 122{,}5 \cdot \Omega\ I_3$$

$$18\ V = -210\ \Omega \cdot I_1 + 690\ \Omega \cdot I_3$$

$$49{,}5\ V = 567{,}5\ \Omega \cdot I_3.$$

Prema tome je struja:

$$I_3 = \frac{49{,}5\ V}{567{,}5\ \Omega} = 0{,}087\ A.$$

Vrijednost za I_3 uzvrstit ćemo u treću jednadžbu:

$$1{,}5\ V = -17{,}5\ \Omega\ I_2 + 40\ \Omega \cdot 0.0873\ A$$

$$1{,}5\ V \approx -17{,}5\ \Omega\ I_2 + 35\ V$$

$$17{,}5\ \Omega\ I_2 = 3{,}5\ V - 1{,}5\ V.$$

Struja u drugoj grani je:

$$I_2 = \frac{2\ V}{17{,}5\ \Omega} = 0{,}115\ A.$$

a struja u prvoj grani:

$$I_1 = I_2 + I_3 = 0{,}202\ A.$$

Usporedite strelice (smjerove) napona U i struja. Smjerove određujemo pogađanjem. Ako je neki smjer loše označen, dobit ćemo struju s negativnim predznakom, što znači da treba naknadno u shemi izmijeniti smjer. Kod drugih vježbi najbolje ćemo uraditi ako napon U stavimo na jednu stranu jednadžbe, a padove napona na drugu stranu, pri čemu u suprotnom smjeru, npr. pri struji I_2, dat ćemo negativni predznak.

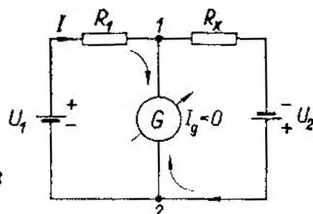
3 U složeni krug prema sl. 13—3 koji napajaju dva izvora $U_1 = 2{,}5$ V i $U_2 = 4{,}5$ V, a sastavljen je još od otpora $R = 5\ \Omega$, treba uključiti takav otpornik R_x da kroz galvanometar G ne teče nikakva struja.

Ako galvanometrom ne teče struja ($I_g = 0$), to znači da se u tačkama *1* i *2* ne grana struja. Iz toga proizlazi da će krugom teći jedinstvena struja I.

Prema II Kirchhoffovom zakonu za lijevi jednostavni krug (U_1, R_1, G) vrijedi:

$$U_1 - I \cdot R_1 = 0,$$

jer na otporu G nema pada napona.



Slika 13-3

Za desni jednostavni krug (G, R_x, U_2) vrijedi:

$$U_2 - I \cdot R_x = 0.$$

To su dvije jednadžbe s dvije nepoznanice:

$$U_1 = I \cdot R_1; \; U_2 = I \cdot R_x.$$

Ako te jednadžbe međusobno podijelimo

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_x}$$

dobit ćemo nepoznati otpor

$$R_x = R_1 \frac{U_2}{U_1} = 5 \cdot \frac{4{,}5 \text{ V}}{2{,}5 \text{ V}} = 9 \, \Omega.$$

(Pri struji $I_g = 0$ mijenja se složeni krug u jednostavni u kojem vrijedi: $U_1 + U_2 = I \cdot R_1 + I \cdot R_x$. Jednadžba ima opet dvije nepoznanice. Smjerovi napona su isti, a smjerovi padova napona na otporima su obrnuti).

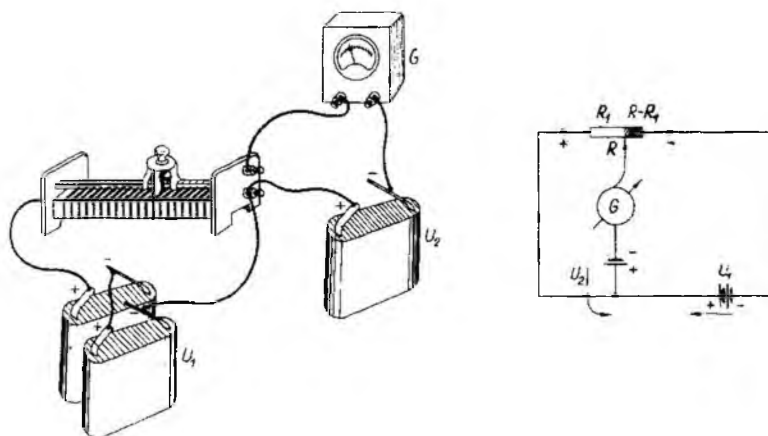
4 Na reostatu treba kliznikom razdijeliti otpor $R = 10 \, \Omega$ na dva dijela R_1 i $R - R_1$, tako da galvanometrom ne teče struja. Smeštaj izvora $U_1 = 9$ V i $U_2 = 4$ V vidimo u prikazanom spoju na slici 13—4.

Složeni krug sadržava tri jednostavna kruga: lijevi G, U_2, R_1, desni G, U_2, $U_1 \cdot R - R_1$ te veliki krug U_1, R bez galvanometra.

Ako galvanometrom G ne teče struja, krugom će teći samo jedna struja i to u velikom jednostavnom krugu U_1, R. Tada kroz otpor R, tj. kroz R_1 i $R - R_1$ prolazi struja I.

Prema II Kirchhoffovom zakonu za veliki jednostavni krug vrijedi: $U_1 = I \cdot R$, a za lijevi krug: $U_2 = I \cdot R_1$. Jednadžbe podijelimo i dobivamo:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R}{R_1}.$$



Slika 13-4

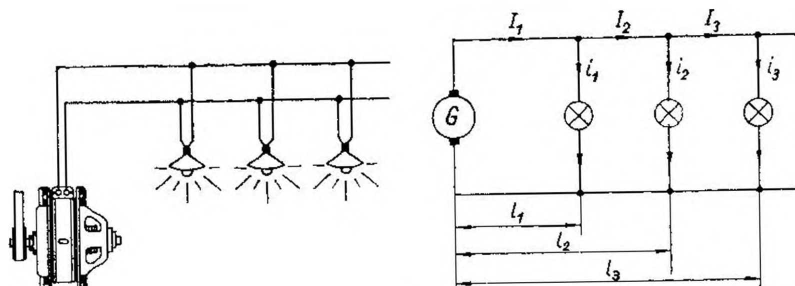
Nakon uvrštenja zadanih vrijednosti, dobivamo

$$\frac{9\ \text{V}}{4\ \text{V}} = \frac{10\ \Omega}{R_1} \quad \text{te} \quad R_1 = \frac{4}{9} \cdot 10\ \Omega = 4{,}44\ \Omega,$$

$$R - R_1 = 10\ \Omega - 4{,}44\ \Omega = 5{,}56\ \Omega.$$

Kliznikom reostata razdijelimo otpor od $10\ \Omega$ na $4{,}44\ \Omega$ (lijevo) i na $5{,}56\ \Omega$.

5 Koliki je pad napona ($U_1 - U_2$) na kraju dvostrukog voda kada iz generatora G crpimo struju $i_1 = 25$ A u udaljenosti $l_1 = 200$ m, $i_2 = 15$ A u udaljenosti $l_2 = 300$ m i $i_3 = 5$ A u udaljenosti $l_3 = 500$ m? Vod je od aluminija ($\rho = 0{,}03\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m}$), a presjek mu je $S = 10\ \text{mm}^2$ (sl. 13–5).



Slika 13-5

Struje I_1, I_2, I_3 koje teku vodom na sektorima l_1, l_2, l_3 uzrokuju padove napona koji s naponom na kraju voda U_2 čine napon dinama U_1. Za složeni krug vrijedi:

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 + U_2,$$

gdje su struje $I_1 = i_1 + i_2 + i_3$; $I_2 = i_2 = i_3$; $I_3 = i_3$, a otpori su R proporcionalni dužinama sekcija voda (npr. otpor R_2 je proporcionalan razlici dužina $l_2 - l_1$).

Umjesto struja I_1, I_2, I_3 možemo uzeti u obzir struje i_1, i_2, i_3 koje direktno uzimaju trošila (žarulje). Nakon toga jednadžba sadržava druge struje i otpore:

$$U_1 = i_1 \cdot r_1 + i_2 \cdot r_2 + i_3 \cdot r_3 + U_2,$$

gdje su otpori r_1, r_2, r_3 proporcionalni dužinama l_1, l_2, l_3 izmjerenim od izvora prema shemi na sl. 13–5.

Rezultat će u oba slučaja biti isti. U praksi se za veliki broj jednostavnih krugova uvela nadomjesna dužina l s otporom R. Ako nadomjesni otpor R pomnožimo s ukupnom strujom I, dobit ćemo ukupni pad napona $R \cdot I$ nadomjesnog voda, a time naravno i normalnog voda.

$$U_1 = R \cdot I + U_2; \; U_1 - U_2 = R \cdot I,$$

gdje je

$$I = i_1 + i_2 + i_3.$$

Ukupni pad napona je jednak zbroju pojedinih padova napona:

$$R \cdot I = i_1 \cdot r_1 + i_2 \cdot r_2 + i_3 \cdot r_3.$$

Zbog toga što svi otpori $(R = \rho l/S)$ imaju istu otpornost ρ i presjek S, cijelu jednadžbu možemo podijeliti sa l i pomnožiti sa S pa tako jednadžbu pojednostavniti

$$I \cdot l = i_1 \cdot l_1 + i_2 \cdot l_2 + i_3 \cdot l_3.$$

Na taj način dobili smo tzv. momentnu jednadžbu iz koje možemo dobiti dužinu nadomjesnog voda:

$$l = \frac{i_1 \, l_1 + i_2 \, l_2 + i_3 \, l_3}{I}.$$

Uvrštenjem zadanih vrijednosti

$$l = \frac{25 \text{ A} \cdot 200 \text{ m} + 15 \text{ A} \cdot 300 \text{ m} + 5 \text{ A} \cdot 500 \text{ m}}{45 \text{ A}} = \frac{12\,000 \text{ Am}}{45 \text{ A}} = 266 \text{ m}.$$

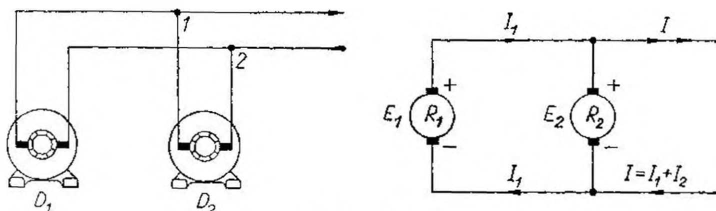
Pad napona u vodu bit će jednak umnošku otpora nadomjesnog voda i ukupne struje voda:

$$\Delta U = U_1 - U_2 = R \cdot I = \rho \frac{2l}{S} \cdot I$$

$$\Delta U = 0{,}03 \frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{2 \cdot 266 \text{ m}}{10 \text{ mm}^2} \cdot 45 \text{ A} \approx 72 \text{ V}.$$

Zadatak možemo brzo riješiti ako primijenimo momentnu jednadžbu koju smo izveli iz II Kirchhoffovog zakona.

6 Treba izračunati elektromorne sile E_1 i E_2 dvaju dinama koji rade u paralelnom spoju, a otpor im je $R_1 = 0{,}05\,\Omega$ i $R_2 = 0{,}01\,\Omega$ ako prvi dinamo mora dati $I_1 = 70$ A, a drugi $I_2 = 200$ A uz napon na stezaljkama dinama i mreže $U = 120$ V (sl. 13–6).



Slika 13-6

Prvi dinamo D_1 čini prvi jednostavni krug sa strujom I_1 do točaka *1* i *2*, u kojima je napon trošila U. Prema II Kirchhoffovom zakonu vrijedi:

Elektromotorna sila = unutrašnji pad napona dinama + napon stezaljki:

$$E_1 = I_1 \cdot R_1 + U.$$

Slično je za drugi dinamo (drugi krug):

$$E_2 = I_2 \cdot R_2 + U.$$

Nakon uvrštenja poznatih vrijednosti, dobit ćemo elektromotorne sile dinama:

$$E_1 = 70\text{ A} \cdot 0{,}05\,\Omega + 120\text{ V} = 3{,}5\text{ V} + 120\text{ V} = 123{,}5\text{ V}$$

$$E_2 = 200\text{ A} \cdot 0{,}01\,\Omega + 120\text{ V} = 2\text{ V} + 120\text{ V} = 122\text{ V}.$$

Dinama u paralelnom radu imaju jednaki napon stezaljki, ali različite elektromotorne sile, ovisno o veličini opterećenja (struje) i unutrašnjeg otpora stroja. Veličina elektromotorne sile se povremeno u toku rada dinama mijenja, ako se mijenja struja (opterećenja); elektromotornu silu reguliramo magnetskom uzbudom dinama.

7 Dva jednaka dinama s unutrašnjim otporom $R_u = 0{,}2\,\Omega$ i elektromotornim silama $E_1 = 115$ V i $E_2 = 120$ V paralelno su spojena (sl. 13–7). Dinama su međusobno udaljena za $l = 2\,150$ m i spojena bakrenim vodom presjeka $S = 100\text{ mm}^2$. Daju struju $I = 20$ A trošilu T koje je od dinama D_2 udaljeno za $l_2 = 150$ m. Treba izračunati opterećenje I_1 i I_2 dinama i napon stezaljki U trošila.

Koristimo Kirchhoffove zakone i odredimo jednostavne strujne krugove: dinamo D_1, vod s otporom R_1, trošilo T i drugi krug: dinamo D_2, vod s otporom R_2 te trošilo T, Za lijevi krug vrijedi:

Elektromotorna sila dinama = pad napona dinama + pad napona u vodu + pad napona na trošilu:

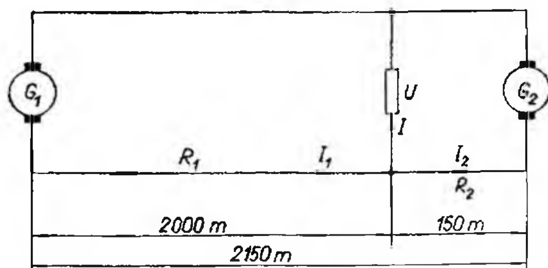
$$E_1 = I_1 \cdot R_u + I_1 \cdot R_1 + U.$$

Za desni krug vrijedi:

$$E_2 = I_2 \cdot R_u + I_2 \cdot R_2 + U.$$

Za cijeli krug vrijedi I Kirchhoffov zakon:

$$I = I_1 + I_2.$$



Slika 13-7

Kada pogledamo jednadžbe, ustanovit ćemo da nam nakon izračunavanja otpora voda R_1 i R_2 ostanu tri nepoznate veličine I_1, I_2 i U, koje treba izračunati rješavanjem tih triju jednadžbi. Otpor voda lijevog kruga (sl. 13—7):

$$R_1 = \rho \frac{l}{S} = 0{,}0178 \frac{\Omega\, \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{2\,(2\,150\text{-}150)\,\text{m}}{10\,\text{mm}^2} = 7{,}12\,\Omega.$$

Otpor voda od drugog dinama do trošila je

$$R_2 = 0{,}0178 \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{2 \cdot 150\ \text{m}}{10\ \text{mm}^2} = 0{,}534\,\Omega.$$

Nakon uvrštenja poznatih vrijednosti, dobivamo:

$$115\,\text{V} = I_1\,(0{,}2 + 7{,}12)\,\Omega + U$$

$$120\,\text{V} = I_2\,(0{,}2 + 0{,}534)\,\Omega + U$$

$$30\,\text{A} = I_1 + I_2.$$

Odbivši prvu jednadžbu od druge, dobit ćemo:

$$5\,\text{V} = 0{,}734\,\Omega \cdot I_2 - 7{,}32\,\Omega \cdot I_1.$$

U tu ćemo jednadžbu uvrstiti $I_2 = 30\,\text{A} - I_1$ iz treće jednadžbe:

$$5\,\text{V} = 0{,}734\,\Omega\,(30\,\text{A} - I_1) - 7{,}32\,\Omega \cdot I_1$$

$$8{,}054\,\Omega \cdot I_1 = 22{,}02\,\text{V} - 5\,\text{V}$$

$$I_1 = \frac{17{,}02\ \text{V}}{8{,}054\ \Omega} = 2{,}114\ \text{A}.$$

Dinamo D_1 daje struju $I_1 \approx 2{,}12$ A, a dinamo D_2 daje struju $I_2 = 30\ \text{A} - 2{,}12\ \text{A} = 27{,}88\ \text{A}$.

Napon na stezaljkama trošila T izračunat ćemo na primjer iz prve jednadžbe:

$$U = E_1 - I_1 (R_u + R_1)$$

$$U = 115\ \text{V} - 2{,}12\ \text{A}\,(0{,}2 + 7{,}12)\,\Omega = 99{,}48\ \text{V}.$$

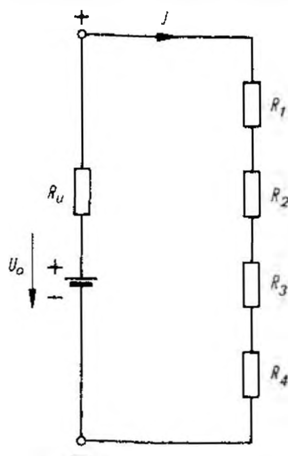
8 Otpornike s otporima $R_1 = 20\,\Omega$, $R_2 = 30\,\Omega$, $R_3 = 60\,\Omega$ spojimo paralelno i sva tri na izvor napona $U = 180$ V. Izračunajte struje I_1, I_2 i I_3 koje prolaze pojedinim otpornicima i ukupnu struju I. Prema Ohmovom zakonu je

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{180}{20} = 9\ \text{A}, \qquad I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{180}{30} = 6\ \text{A}, \qquad I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{180}{60} = 3\ \text{A}.$$

Prema prvom Kirchhoffovom zakonu bit će ukupna struja

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 9 + 6 + 3 = 18\ \text{A}.$$

9 Izvor ima napon praznog hoda $U_0 = 12$ V, njegov unutrašnji otpor je $R_u = 0{,}4\,\Omega$. Opterećenje čine četiri otpornika s otporima $R_1 = 2{,}6\,\Omega$, $R_2 = 11\,\Omega$, $R_3 = 4\,\Omega$, $R_4 = 6\,\Omega$ koji su serijski međusobno spojeni. Izračunajte napon stezaljki izvora i napone na pojedinim otpornicima (sl. 13-8).



Slika 13-8

Prema drugom Kirchhoffovom zakonu je

$$U_0 = IR_u + IR_1 + IR_2 + IR_3 + IR_4.$$

Iz gornjeg proizlazi da je

$$I = \frac{U_0}{R_u + R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{12}{24} = 0{,}5\ \text{A}.$$

Pad napona na unutrašnjem otporu izvora je

$$U_u = R_u \cdot I = 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}2\ \text{V}.$$

Naponi na pojedinim otpornicima su

$$U_1 = R_1 I = 2{,}6 \cdot 0{,}5 = 1{,}3\ \text{V},$$

$$U_2 = R_2 I = 11 \cdot 0{,}5 = 5{,}5\ \text{V},$$

$$U_3 = R_3 I = 4 \cdot 0{,}5 = 2\ \text{V},$$

$$U_4 = R_4 I = 6 \cdot 0{,}5 = 3\ \text{V}.$$

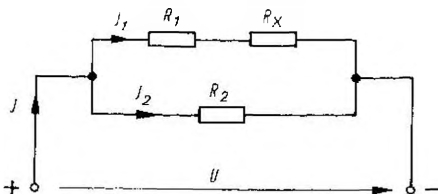
Napon na stezaljkama izvora je

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 1{,}3 + 5{,}5 + 2 + 3 = 11{,}8\ \text{V}.$$

Kontrola:

$$U_0 = U + U_u = 11{,}8 + 0{,}2 = 12\ \text{V}.$$

10 Izračunajte otpor otpornika R_x, koji je serijski spojen sa otpornikom $R_1 = 10\,\Omega$ tako da pri naponu izvora $U = 40\ \text{V}$ prolazi granom struja $I_1 = 2\text{A}$. Riješite vježbu s pomoću drugog Kirchhoffova zakona i bez njegove primjene. Shema spoja je na sl. 13-9.



Slika 13-9

Prema drugom Kirchhoffovom zakonu vrijedi

$$R_1 I_1 + R_x I_1 - R_2 I_2 = 0,$$

$$R_2 I_2 = U.$$

Nakon uvrštenja u prvu jednadžbu dobijemo

$$R_1 I_1 - R_x I_1 - U = 0.$$

Iz toga proizlazi da je

$$R_x = \frac{U - R_1 I_1}{I_1}, \text{ a}$$

nakon uvrštenja vrijednosti je

$$R_x = \frac{40 - 10 \cdot 2}{2} = 10\,\Omega.$$

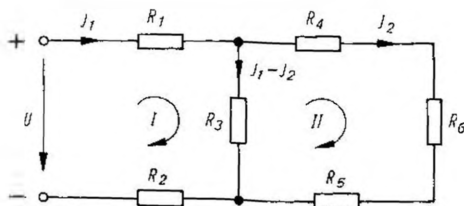
Bez primjene drugog Krichhoffovog zakona je

$$R_1 + R_x = \frac{U}{I_1},$$

iz toga je

$$R_x = \frac{40}{2} - 10 = 10\,\Omega.$$

11 Izračunajte struje I_1 i I_2 u krugu koji je spojen prema sl. 13-10. Otpori otpornika su: $R_1 = 2\,\Omega$, $R_2 = 1\,\Omega$, $R_3 = 12\,\Omega$, $R_4 = 1\,\Omega$, $R_5 = 1\,\Omega$, $R_6 = 2\,\Omega$. Napon izvora je 48 V.



Slika 13-10

Za petlju I vrijedi

$$R_1 I_1 + R_3 (I_1 - I_2) + R_2 I_1 - U = 0.$$

Za petlju II vrijedi

$$(R_4 + R_6 + R_5) I_2 - R_3 (I_1 - I_2) = 0.$$

Nakon uvođenja vrijednosti i uređenja jednadžbi dobijemo

$$15 I_1 - 12 I_2 = 48$$

$$-12 I_1 + 16 I_2 = 0.$$

Da bismo dobili I_2 pomnožimo prvu jednadžbu sa četiri a drugu sa pet pa dobijemo

$$60I_1 - 48I_2 = 192,$$

$$-60I_1 + 80I_2 = 0.$$

Zbrajanjem obih jednadžbi dobijemo

$$32I_2 = 192$$

$$I_2 = \frac{192}{32} = 6\,\text{A}$$

Izračunavanje struje I_1 provedemo tako što u jednadžbu $-12I_1 + 16I_2 = 0$ uvrstimo za $I_2 = 6$

$$-12I_1 + 96 = 0$$

$$I_1 = \frac{96}{12} = 8\,\text{A}$$

Zadaci

1. Treba izračunati R_x prema primjeru *I* i sl. 13—1, ako je $R_2 = 10\,\Omega$, $I_2 = 20$ A, $U = 220$ V (1 Ω).

2. Treba riješiti krug prema sl. 13—1 ako je napon $U_1 = 12$ V, $U_2 = 3$ V, $R_1 = 2\,\Omega$, $R_2 = 3\,\Omega$, i $R_3 = 4\,\Omega$ ($I_1 = 3/2$ A, $I_2 = -1/3$ A, $I_3 = 11/6$ A).

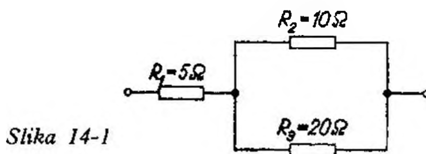
14. Izračunavanje ukupnog otpora serijsko-paralelno spojenih otpornika

Pravilo

Serijsko-paralelni, odnosno kombinirani spoj se sastoji od serijskog i paralelnog spoja. Ukupni otpor serijsko-paralelnog spoja izračunat ćemo postupno primjenom formula za serijski, odnosno paralelni spoj.

Vježbe

1 Treba izračunati serijsko-paralelni spoj triju otpornika prema shemi na sl. 14—1.



Slika 14-1

Najprije ćemo nadomjestiti paralelno spojene otpore R_2 i R_3 ukupnim otporom $R_{2,3}$, a taj ćemo spojiti u seriju s otporom R_1. Ukupna je vodljivost otpora R_2 i R_3:

$$\frac{1}{R_{2,3}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{10\,\Omega} + \frac{1}{20\,\Omega} = \frac{2+1}{20\,\Omega} = \frac{3}{20\,\Omega}.$$

Prema tome je ukupni otpor

$$R_{2,3} = \frac{20\,\Omega}{3} = 6{,}6\,\Omega.$$

Ukupni otpor dva paralelno spojena otpora također je jednak izrazu kojeg ćemo dobiti uređenjem gornje jednadžbe

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{10\,\Omega \cdot 20\,\Omega}{30\,\Omega} = \frac{200\,\Omega^2}{30\,\Omega} = 6{,}6\,\Omega.$$

Ukupni je otpor cijele kombinacije

$$R = R_1 + R_{2,3} = 5\,\Omega + 6{,}6\,\Omega = 11{,}6\,\Omega.$$

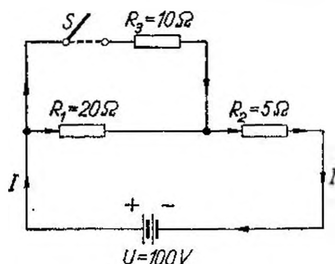
2 Kolika struja I teče krugom kada je sklopka S otvorena, a kolika je kada je ona zatvorena? Kako se mijenja napon na stezaljkama otpornika R_2 u oba slučaja?

a) Otvorena sklopka (sl. 14—2). Ukupni otpor serijski spojenih otpora je: $R_{1,2} = R_1 + R_2 = 25\,\Omega$. Stoga je struja

$$I_{1,2} = \frac{U}{R_{1,2}} = \frac{100\text{ V}}{25\,\Omega} = 4\text{ A}.$$

Pad napona na otporu R_2 iznosi:

$$U_2 = I_{1,2} \cdot R_2 = 4\text{ A} \cdot 5\,\Omega = 20\text{ V}.$$



Slika 14-2

b) Zatvorena sklopka (sl. 14—2). Ukupni otpor paralelno spojednih otpora je:

$$R_{1,3} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = \frac{20\,\Omega \cdot 10\,\Omega}{(20 + 10)\Omega} = \frac{200\,\Omega^2}{30\,\Omega} = 6{,}6\,\Omega.$$

Ukupni otpor serijski-paralelno spojenih otpora (čitavog kruga):

$$R = R_{1,3} + R_2 = 6{,}6\,\Omega + 5\,\Omega = 11{,}6\,\Omega.$$

Stoga je struja $I = U/R = 100\text{ V}/11{,}6\,\Omega = 8{,}62\text{ A}$. Pad napona na otporu R_2 u tom će slučaju biti:

$$U_2 = I \cdot R_2 = 8{,}62\text{ A} \cdot 5\,\Omega = 43{,}1\text{ V}.$$

U drugom slučaju struja se povećala paralelnim spajanjem otpora R_3 uz otpor R_1. Veća struja stvara pad napona na otporu R_2.

3 Koliki treba da je predotpornik R_p da bismo dvije paralelno spojene žarulje za napon 120 V; 0,2 A mogli priključiti na mrežu napona $U =$ $= 220$ V? (sl. 14—3).

1. **Rješenje**. Serijski-paralelno spojeni otpori imaju ukupni otpor $R =$ $= U/I$. Ovim otporom prolazi ukupna struja

$$I = I_1 + I_2 = 0{,}2\text{ A} + 0{,}2\text{ A} = 0{,}4\text{ A}.$$

Ukupni otpor složenog kruga je:

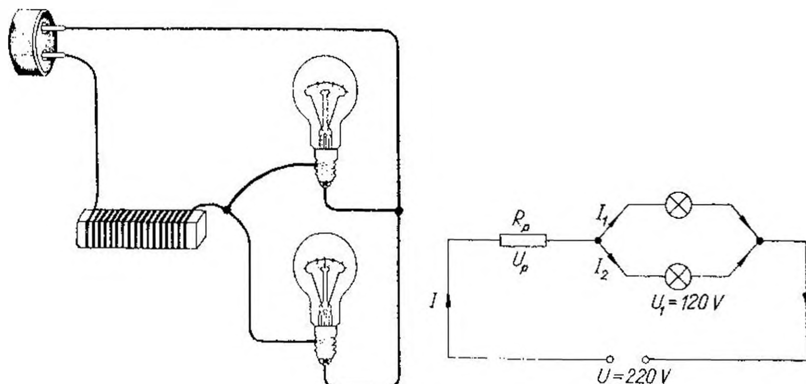
$$R = \frac{220\text{ V}}{0{,}4\text{ A}} = 550\,\Omega.$$

Ukupni otpor jednak je zbroju otpora žarulja i predotpora R_p. Otpor jedne žarulje je:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{120\text{ V}}{0{,}2\text{ A}} = 600\,\Omega.$$

Otpor dviju jednakih žarulja koje su paralelno spojene iznosi: $R_ž = R_1/2 = 600\,\Omega/2 = 300\,\Omega$. Budući da je $R = R_ž + R_p$, to je vrijednost predotpornika:

$$R_p = R - R_ž = 550\,\Omega - 300\,\Omega = 250\,\Omega.$$



Slika 14-3

2. **Rješenje**. Žarulje moraju imati napon od 120 V. Razlika do 220 V, tj. 100 V mora poništiti predotpornik R_p. Pad napona na R_p je 100 V i on daje struju $I = 0{,}4$ A za žarulje. Prema Ohmovom zakonu je

$$R_p = \frac{U_p}{I} = \frac{100\text{ V}}{0{,}4\text{ A}} = 250\,\Omega.$$

Drugo rješenje je, kako vidimo, lakše i kraće.

4 Elektronke DC 11 sa žarenjem 1,2 V/0,025 A i DL 11 s 1,2 V/0,05 A serijski ćemo priključiti na istosmjerni izvor napona 4,5 V. Koliki će biti predotpornik R_p i paralelni priključeni otpor R na prvoj elektronki prema sl. 14—4?

Spoj možemo odabrati tako da cijelim krugom teče struja žarenja $I = 0{,}05$ A druge elektronke. Na žarnim nitima elektronki bit će padovi napona 1,2 V + 1,2 V

= 2,4 V. Ove padove napona oduzet ćemo od napona baterije pa ćemo dobiti pad napona na predotporu R_p.

$$U_p = 4{,}5\ \text{V} - 2{,}4\ \text{V} = 2{,}1\ \text{V}.$$

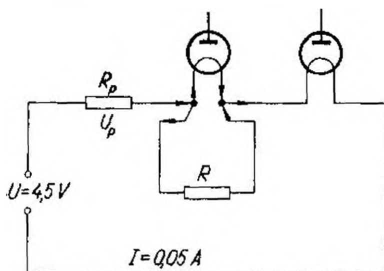
Prema tome je predotpornik

$$R_p = \frac{U_p}{I} = \frac{2{,}1\ \text{V}}{0{,}05} = 42\ \Omega.$$

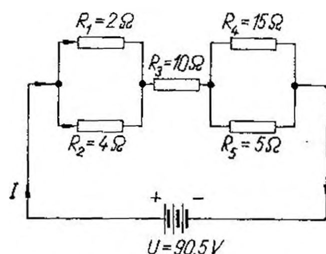
Struja žarenja 0,05 A ne smije cijela teći žarnom niti prve elektronke. Polovica (0,05 A − 0,026 A = 0,025 A) mora se odvesti preko šenta R. Šent ima napon kao i žarna nit, tj. 1,2 V. Iz tog ćemo dobiti otpor šenta

$$R = \frac{1{,}2\ \text{V}}{0{,}025\ \text{A}} = 48\ \Omega.$$

(Potrebno je duže rješavanje ako želimo izračunati otpor žarnih niti elektronki i ukupni otpor serijsko-paralelnog spoja otpora zadanog spoja).



Slika 14-4



Slika 14-5

5 Koliki je ukupni otpor i struja u serijsko-paralelnom spoju otpora prema sl. 14—5?

Najprije ćemo naći ukupni otpor paralelno spojenih otpora s pomoću općeg izraza $1/R_{1,2} = 1/R_1 + 1/R_2$:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2\ \Omega \cdot 4\ \Omega}{2\Omega + 4\Omega} = \frac{8\ \Omega^2}{6} = 1{,}3\ \Omega$$

$$R_{4,5} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{15\ \Omega \cdot 5\ \Omega}{15\ \Omega + 5\Omega} = \frac{75\ \Omega^2}{20\ \Omega} = 3{,}75\ \Omega.$$

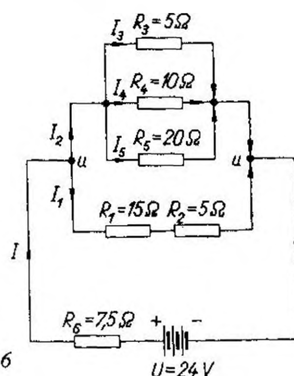
Sva tri otpora treba da serijski spojimo, pa je njihov ukupni otpor:

$$R = R_{1,2} + R_3 + R_{4,5} = 1{,}3\ \Omega + 10\ \Omega + 3{,}75\ \Omega = 15{,}05\ \Omega.$$

Ukupna struja pri naponu $U = 90{,}5$ V iznosi:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{90{,}5 \text{ V}}{15{,}05\ \Omega} = 6 \text{ A}.$$

6 Treba izračunati ukupni otpor složenog kruga serijsko-paralelno spojenih otpora prema spoju na sl. 14—6. Nadalje treba izračunati ukupnu struju I, struju I_4 i pad napona na otporu R_1.



Slika 14-6

Ukupna vodljivost paralelno spojenih otpora je:

$$\frac{1}{R_{3,4,5}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{5\ \Omega} + \frac{1}{10\ \Omega} + \frac{1}{20\ \Omega} = \frac{7}{20\ \Omega}$$

$$R_{3,4,5} = 20\ \Omega/7 = 2{,}85\ \Omega.$$

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = 15\ \Omega + 5\ \Omega = 20\ \Omega.$$

Ukupna vodljivost i otpor između točaka $u - u$ je:

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{R_{3,4,5}} + \frac{1}{R_{1,2}} = \frac{7}{20\ \Omega} + \frac{1}{20\ \Omega} = \frac{8}{20\ \Omega}; \quad R_u = \frac{20\ \Omega}{8} = 2{,}5\ \Omega.$$

Ukupni otpor R i struja cijelog spoja su

$$R = R_u + R_6 = 2{,}5\ \Omega + 7{,}5\ \Omega = 10\ \Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{24 \text{ V}}{10\ \Omega} = 2{,}4 \text{ A}.$$

Napon između točaka $u - u$ je jednak naponu izvora U manje pad napona na otporu R_6:

$$U_u = U - I \cdot R_6 = 24 \text{ V} - (2{,}4 \text{ A} \cdot 7{,}5\ \Omega) = 6 \text{ V}.$$



Na taj napon priključen je i otpor R_4, pa je struja

$$I_4 = \frac{U_u}{R_4} = \frac{6\ \text{V}}{10\ \Omega} = 0{,}6\ \text{A}.$$

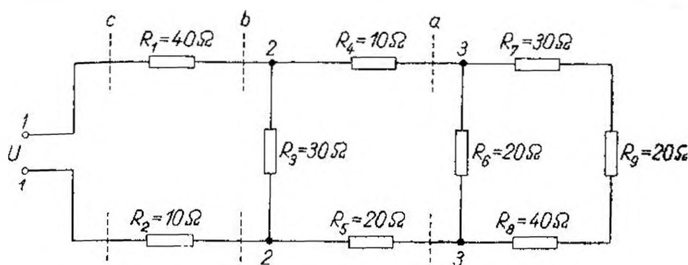
Otpor R_1 i R_2 imaju zajednički pad napona U_u; struja I_1 koja teče otporom R_1 jednaka je:

$$I_1 = \frac{U_u}{R_{1,2}} = \frac{6\ \text{V}}{20\ \Omega} = 0{,}3\ \text{A}.$$

Pad napona na otporu R_1 bit će:

$$U_{R_1} = I_1 \cdot R_1 = 0{,}3\ \text{A} \cdot 15\ \Omega = 4{,}5\ \text{V}.$$

7 Složeni serijsko-paralelni spoj otpora prema slici 14—7 ima devet otpora. Koliki je ukupni otpor i kolika struja ako izvor ima napon $U = 220$ V?



Slika 14-7

Najprije ćemo izračunati otpore pojedinih sektora složenog kruga, i to od kraja smjerom prema izvoru. Uzet ćemo dakle, u obzir samo krug od crtkane linije *a* udesno, odnosno od točaka 3 - 3. Otpori R_7, R_8, R_9 serijski su spojeni, a na njihov otpor paralelno je priključen R_6:

$$R_{7,8,9} = R_7 + R_8 + R_9 = 30\ \Omega + 40\ \Omega + 20\ \Omega = 90\ \Omega.$$

Ukupni je otpor u točkama 3—3 (u presjeku *a*)

$$R_a = \frac{R_6 \cdot R_{7,8,9}}{R_6 + R_{7,8,9}} = \frac{20\ \Omega \cdot 90\ \Omega}{20\ \Omega + 90\ \Omega} = \frac{1\,800\ \Omega^2}{110\ \Omega} = 16{,}36\ \Omega.$$

Na taj su otpor serijski spojeni otpori R_4 i R_5:

$$R_{4,5a} = 10\ \Omega + 20\ \Omega + 16{,}36\ \Omega = 46{,}36\ \Omega.$$

Ukupni je otpor u točkama 2—2 (presjek *b*):

$$R_b = \frac{R_{4,5a} \cdot R_3}{R_{4,5a} + R_3} = \frac{46{,}36\ \Omega \cdot 30\ \Omega}{46{,}36\ \Omega + 30\ \Omega} = \frac{1390{,}80\ \Omega^2}{76{,}36\ \Omega} = 18{,}28\ \Omega.$$

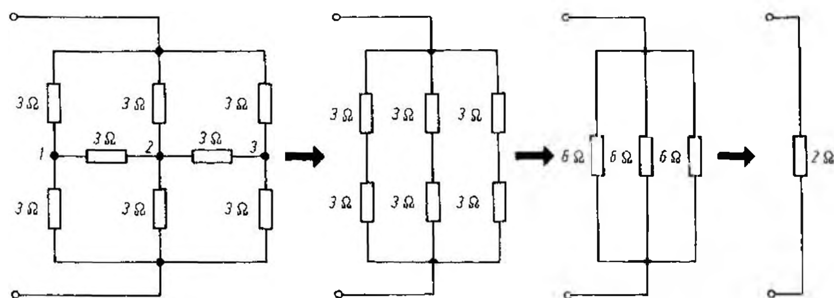
Ukupni otpor cijeloga kruga za izvor 1 — 1 (presjek c) iznosi:

$$R = R_1 + R_b + R_2 = 40\,\Omega + 18{,}28\,\Omega + 10\,\Omega = 68{,}28\,\Omega,$$

a ukupna struja:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220\ \text{V}}{68{,}28\,\Omega} = 3{,}2\ \text{A}.$$

8 Na sl. 14 – 8 prikazan je spoj jednakih otpornika od kojih svaki ima otpor od 3 Ω. Kolik je ukupni otpor?



Slika 14-8

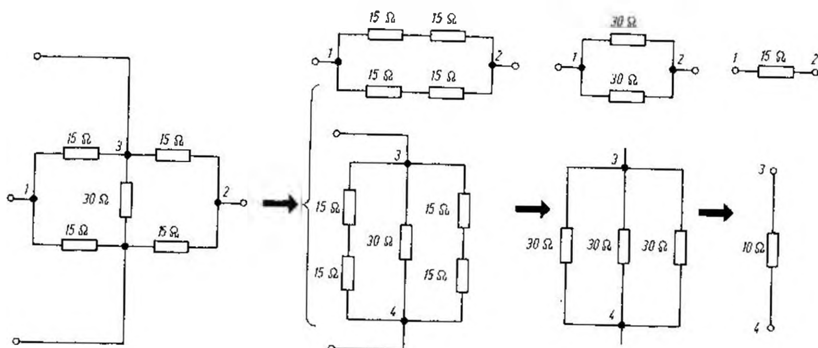
U gornjoj i donjoj polovici spoja nalaze se jednaki otpori, iz čega izlazi da se točke 1, 2 i 3 nalaze na istom potencijalu (vidi sliku). Prema tome otpori između točaka 1, 2 i 3 ne ulaze u ukupni otpor. U spoju su aktivni samo oni otpori koji se nalaze u vertikalnim granama. U svakoj grani su po dva otpora, svaki od 3 Ω, dakle tri paralelne grane po 6 Ω, što daje ukupni otpor R_u

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \qquad R_u = \frac{6}{3} = 2\,\Omega.$$

9 Koliki otpor ima spoj na slici 14 – 9 između točaka 1 i 2, a kolik između točaka 3 i 4?

Kad struja teče od točke 1 prema točki 2, nalaze se krajevi otpora od 30 Ω na istom potencijalu, što znači da taj otpor nije aktivan u spoju. Ostaju, dakle, dvije paralelne grane s po dva u seriju. spojena otpora, svaki od 15 Ω, što daje dvije grane od po 30 Ω, pa je ukupni otpor R_u

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{2}{30} \qquad R_u = \frac{30}{2} = 15\,\Omega$$



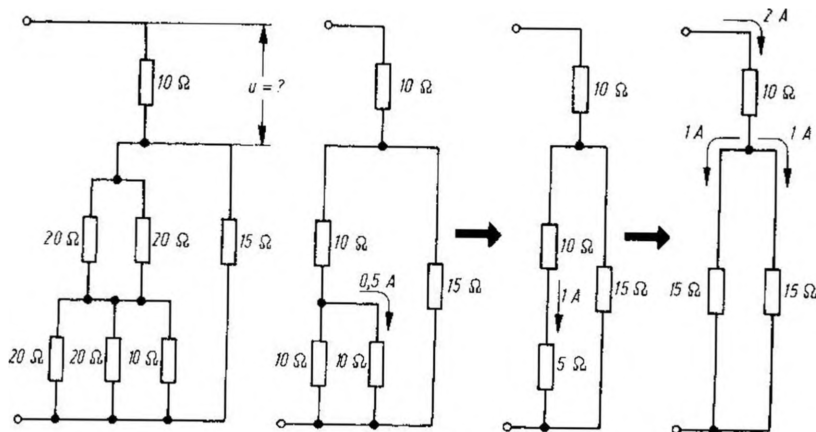
Slika 14-9

Kad struja teče od točke 3 prema točki 4, spoj se sastoji od tri grane s otporima od po 30 Ω, što daje ukupni otpor R_u od

$$\frac{1}{R_u}=\frac{1}{30}+\frac{1}{30}+\frac{1}{30}=\frac{3}{30}$$

$$R_u=\frac{30}{3}=10\ \Omega$$

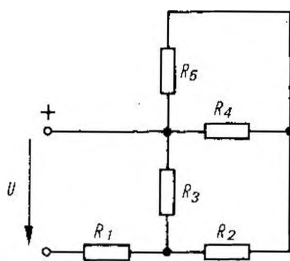
10 Koliki je pad napona na gornjem otporu od 10 Ω u spoju na sl. 14 – 10, ako kroz donji otpor od 10 Ω teče struja od 0,5 A?



Slika 14-10

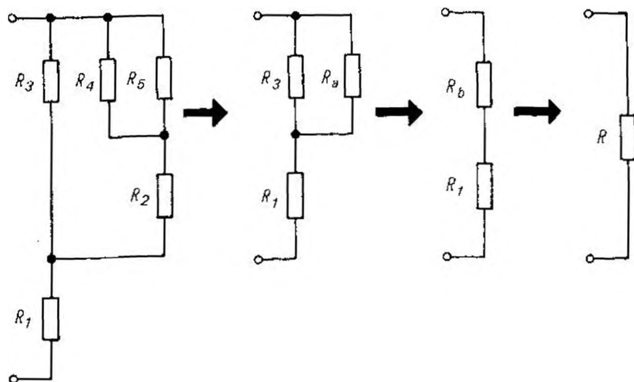
Donja dva otpora po 20 Ω daju jedan otpor od 10 Ω (vidi sliku). Budući da je taj otpor pod istim naponom, i kroz njega teče struja od 0,5 A, što znači da kroz otpore lijeve grane teče struja od 1 A. Gornji dio lijeve grane ima dva otpora po 20 Ω, a to čini 10 Ω. Donja dva otpora su po 10 Ω i daju 5 Ω, što s gornjih 10 Ω daje 15 Ω. Dobili smo dvije grane od po 15 Ω. Ako kroz lijevu granu teče, kao što smo izračunali, struja od 1 A, tolika struja teče i kroz desnu stranu, tako da kroz gornji otpor spoja od 10 Ω teče struja od 2 A. Napon na tom otporu je, dakle, $2 \times 10 = 20$ V.

11 Izračunajte struju koju izvor daje u krug, struje i napone (slika 14 – 11). Napon izvora je 17,5 V. Otpornici imaju ove otpore $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 10\ \Omega$, $R_4 = 15\ \Omega$, $R_5 = 30\ \Omega$.



Slika 14-11

Izračunavanje izvodimo postupnim pojednostavljenjem prema slici 14 – 12.



Slika 14-12

$$R_a = R_2 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{15 \cdot 30}{15 + 30} + 20 = 30\ \Omega$$

$$R_b = \frac{R_3 R_a}{R_3 + R_a} = \frac{10 \cdot 30}{10 + 30} = 7{,}5\ \Omega$$

$$R = R_1 + R_b = 10 + 7{,}5 = 17{,}5\ \Omega.$$

Rezultirajuću struju izračunamo iz Ohmova zakona

$$I = \frac{U}{R} = \frac{17{,}5}{17{,}5} = 1\ \text{A}.$$

Napon na otporu R_1 iznosi

$$U_1 = R_1 I = 10 \cdot 1 = 10\ \text{V}.$$

Napon na otporu R_3 je

$$U_3 = U - U_1 = 17{,}5 - 10 = 7{,}5\ \text{V}.$$

Struja koja prolazi otporom R_3 iznosi

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{7{,}5}{10} = 0{,}75\ \text{A}.$$

Struja koja teče otporom R_2 je

$$I_2 = \frac{U_3}{R_2 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}} = \frac{7{,}5}{20 + \frac{15 \cdot 30}{15 + 30}} = 0{,}25\ \text{A}.$$

Napon na otporu R_2 iznosi

$$U_2 = R_2 \cdot I_2 = 20 \cdot 0{,}25 = 5\ \text{V}.$$

Naponi na otpornicima R_4 i R_5 su jednaki i iznose

$$U_4 = U_5 = U_3 - U_2 = 7{,}5 - 5 = 2{,}5\ \text{V}.$$

Struja koja protječe otporom R_5 je

$$I_5 = \frac{U_5}{R_5} = \frac{2{,}5}{30} = 0{,}083\ \text{A}.$$

Struja koja protječe otporom R_4 iznosi

$$I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \frac{2{,}5}{15} = 0{,}166\ \text{A}.$$

Zadaci

1. Prema shemi na sl. 14—1 treba izračunati ukupni otpor kada je $R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 30\ \Omega$, $R_3 = 10\ \Omega$ (27,5 Ω).

2. Prema shemi na slici 14—3 treba izračunati predotpornik R_p za žarulje od 120 V, 0,3 A uz napon mreže $U = 220$ V (166,6 Ω).

15. Izračunavanje potenciometara i složenijih šentova

Pravila i formule

Upotrebljavamo Kirchhoffove zakone iz poglavlja II-1 i II-3. Kirchhoffove zakone koristimo također i za rješavanje tzv. djelitelja napona i složenijih šentova. Na sl. 15—1 je reostat R spojen u točkama *1* i *2* na puni napon U. Iz stezaljke *2* (minus) i iz bilo koje točke *3* reostata (plus) možemo dobiti po volji napon U_1 koji je manji od naponâ izvora U.

Vježbe

1 Napon izvora $U = 24$ V, otpor potenciometra (djelitelja napona) $R = 300\,\Omega$, a kliznikom obuhvaćeni otpor $R_1 = 50\,\Omega$. Koliki ćemo dobiti napon U_1 s točaka *3* i *2* (sl. 15—1)?

Struja I stvara na otporu R pad napona $I \cdot R = U$. Što je manji otpor pri stalnoj struji I, to će manji biti pad napona. Kliznik potenciometra zahvaća mali dio otpornika R, tj. otpor R_1. Pad napona između točaka *3* i *2* bit će jednak $R_1 \cdot I = U_1$.

Iz odnosa padova napona $\frac{I \cdot R_1}{I \cdot R} = \frac{U_1}{U}$ dobit ćemo relaciju koja proizlazi iz II Kirchhoffovog zakona: $\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R}$, tj. što je veći otpor R_1, to je veći pad napona i odabrani napon U_1 između točaka *3* i *2*.

$$U_1 = \frac{R_1}{R} \cdot U = \frac{50\,\Omega}{300\,\Omega} \cdot 24\text{ V} = 4\text{ V}.$$

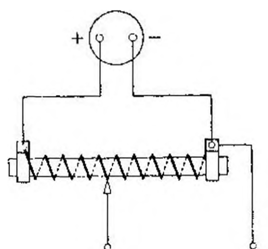
2 Potenciometar na sl. 15—2 opterećen je otporom žarulje $R = 100\,\Omega$. Otpor dovodi struju iz mjesta koje dijeli otpor potenciometra na dva otpora $R_1 = 600\,\Omega$ i $R_2 = 200\,\Omega$. Treba odrediti napon $U_ž$ i struju žarulje $I_ž$.

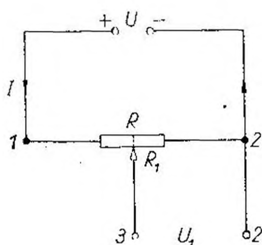
Prema I Kirchhoffovom zakonu imaju dio R_1 potenciometra i žarulja jednaki napon. Otporom R_1 teče struja $I - I_ž$, koja na otporu R_1 stvara napon žarulje.

$$(I - I_ž) \cdot R_1 = U_ž. \qquad (1)$$

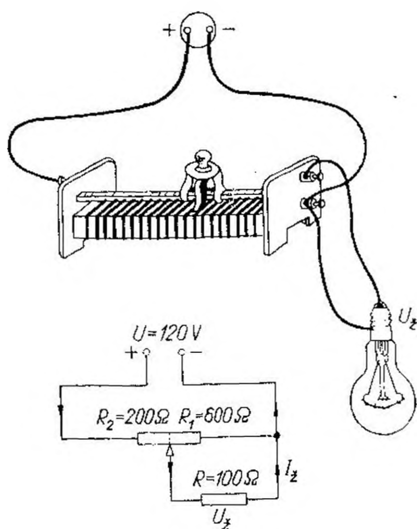
Napon žarulje je jednak naponu izvora umanjenom za pad napona na otporu R_2

$$U - I \cdot R_2 = U_ž. \qquad (2)$$





Slika 15-1



Slika 15-2

Struja I jednaka je naponu izvora podijeljenom s ukupnim serijsko-paralelnim otporom

$$I = \frac{U}{R_2 + \dfrac{R \cdot R_1}{R + R_1}} \tag{3}$$

Veličinu ukupne struje i izvora uvrstit ćemo u drugu jednadžbu (2):

$$U - \frac{U}{R_2 + \dfrac{R \cdot R_1}{R + R_1}} \cdot R_2 = U_ž.$$

Nakon uređenja, dobit ćemo napon žarulje

$$U_ž = \frac{U \cdot R_1}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R + R_2 \cdot R} \cdot R.$$

Kad izjednačimo izraz s formulom $U_ž = I_ž \cdot R$, izlazi da je struja žarulje

$$I_ž = \frac{U \cdot R_1}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R + R_2 \cdot R}.$$

U gornje jednadžbe uvrstit ćemo zadane vrijednosti

$$U_ž = \frac{120\text{ V} \cdot 600\,\Omega}{(600 \cdot 200 + 600 \cdot 100 + 200 \cdot 100)\,\Omega^2} \cdot 100\,\Omega.$$

Napon i struja žarulje iznose:

$$U_ž = \frac{7\,200\,000\text{ V}}{200\,000} = 36\text{ V}; \quad I_ž = \frac{U_ž}{R} = \frac{36\text{ V}}{100\,\Omega} = 0{,}36\text{ A}.$$

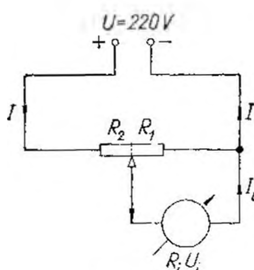
3 Treba izračunati napon U_i i struju I_i mjernog instrumenta koji je priključen na šent potenciometra (djelitelja napona). Instrument ima otpor $R = 1\,000\,\Omega$, a šent dijeli otpor djelitelja na dio $R_2 = 500\,\Omega$ i $R_1 = 7\,000\,\Omega$ (sl. 15–3).

Prema izvedenim formulama struja koja teče instrumentom jednaka je

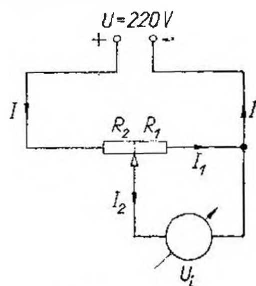
$$I_i = \frac{U \cdot R_1}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R + R_2 \cdot R} = \frac{220\text{ V} \cdot 7\,000\,\Omega}{(7\,000 \cdot 500 + 700 \cdot 1\,000 + 500 \cdot 1\,000)\,\Omega^2}$$

$$I_i = \frac{1\,540\,000\text{ V}}{11\,000\,000\,\Omega} = \frac{1{,}54\text{ V}}{11\,\Omega} = 0{,}14\text{ A}$$

$$U_i = I_i \cdot R = 0{,}14\text{ A} \cdot 1\,000\,\Omega = 140\text{ V}.$$



Slika 15-3



Slika 15-4

4 Treba izračunati napon U_i instrumenta u slučaju kada vuče struju I_i = = 20 mA iz šenta, koji dijeli otpor dijelitelja napona (potenciometra) na otpore $R_2 = 102\,\Omega$ i $R_1 = 2 \cdot 10^2\,\Omega$ (sl. 15–4).

Izračunavanje je slično prethodnom, gdje je šent bio opterećen poznatim otporom, dok ovdje znamo struju opterećenja I_i. Izvest ćemo opću formulu. Čitav napon na R_1 i R_2 djelitelja napona jednak je djelomičnim padovima napona na otporima:

$$U = I \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1; \; U = I \cdot R_2 + U_i.$$

Struja se iz izvora grana u klizniku:

$$I = I_1 + I_i; \quad I = \frac{U_i}{R} + I_i$$

Posljednju formulu za struju uvrstit ćemo u drugu jednadžbu za napon:

$$U = \left(\frac{U_i}{R_1} + I_i\right) \cdot R_2 + U_i = \frac{U_i}{R_1} R_2 + I_i \cdot R_2 + U_i$$

$$U = U_i \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right) + I_i \cdot R_2.$$

Prema tome je napon instrumenta:

$$U_i = \frac{U - I_i \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot R_1.$$

Uvrstit ćemo poznate vrijednosti:

$$U_i = \frac{220\ \text{V} - 0{,}02\ \text{A} \cdot 10\,000\ \Omega}{30\,000\ \Omega} \cdot 20\,000\ \Omega$$

$$U_i = \frac{20\ \text{V}}{3} \cdot 2 = 13{,}3\ \text{V}.$$

Računski izvedenu formulu možemo izvesti i razmišljanjem: Napon U_i na instrumentu jednak je padu napona $I_1 \cdot R_1$ na otporu R_1. Ako znamo struju I_1, znamo također i pad napona. Kroz otpor R_2 teku dvije struje: I_i i I_1 koje stvaraju na otporniku R_2 dva pada napona $I_i \cdot R_2$ i $I_1 \cdot R_2$. Ukupno imamo sada na dijelitelju napona tri pada napona koji su jednaki naponu izvora:

$$U = I_i \cdot R_2 + I_1 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 \cdot = I_i \cdot R_2 + I_1 \cdot (R_1 + R_2).$$

Prema tome je struja

$$I_1 = \frac{U - I_i \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

koja pomnožena s R_1 daje traženi pad napona U_i.

5 Istosmjerna mreža napona $U = 120$ V daje radio-prijemniku anodnu struju. Potrebni niži napon U_1 uzet ćemo s potenciometra (djelitelja napona) koji zajedno s prigušnicom za izglađivanje napona ima otpor $R = 10\,000\ \Omega$. Napon U_1 odgovara padu napona na otporu $R_2 = 8\,000\ \Omega$. Treba izračunati anodni napon, kada se: a) ne oduzima struja, b) optereti strujom $I = 0{,}02$ A (sl. 15–5).

Slučaj a) izračunat ćemo prema primjeru 1, a slučaj b) prema primjeru 3.

Slučaj a)

$$U : U_1 = R : R_2$$

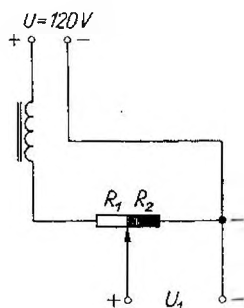
$$U_1 = \frac{R_2}{R} U = \frac{8\,000\ \Omega}{10\,000\ \Omega} \cdot 120\ \text{V} = 96\ \text{V}.$$

Slučaj b)

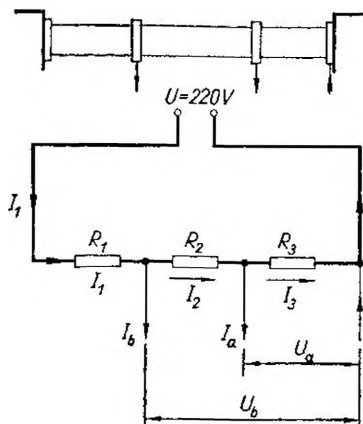
$$U_1 = \frac{U - I \cdot R_1}{R} \cdot R_2$$

$$U_1 = \frac{120\text{ V} - 0{,}02\text{ A} \cdot 2\,000\,\Omega}{10\,000\,\Omega} \cdot 8\,000\text{ V} = 64\text{ V}.$$

Pri opterećenju napon pada od 96 V na 64 V. Želimo li viši napon, treba kliznik pomaknuti ulijevo, tj. dodati otpor R_2.



Slika 15-5



Slika 15-6

6 Djelitelj napona (potenciometar) daje dvojaki napon, U_a i U_b. Njegov otpor je $R = 20\,000\,\Omega$, a priključen je na napon $U_1 = 220$ V. Koliko velik je napon U_a na otporu $R_3 = 12\,000\,\Omega$ pri struji $I_a = 0{,}01$ A, a koliki je napon U_b na otporu $R_2 + R_3 = 18\,000\,\Omega$ pri struji $I_b = 0{,}02$ A (sl. 15—6)?

To je složeni slučaj serijsko-paralelnog spoja otpora u složenom krugu za koji vrijede Kirchhoffovi zakoni. Napon na otporu R_3 je:

$$U_a = I_3 \cdot R_3 = \frac{U - I_a(R_1 + R_2) - I_b \cdot R_1}{R} R_3$$

$$U_a = \frac{220\text{ V} - 0{,}01\text{ A} \cdot 8\,000\,\Omega - 0{,}02\text{ A} \cdot 2\,000\,\Omega}{20\,000\,\Omega} 12\,000\,\Omega$$

$$U_a = \frac{220\text{ V} - 80\text{ V} - 40\text{ V}}{20\,\Omega} 12\,\Omega = 60\text{ V}.$$

Napon U_b na otporima $R_2 + R_3$ dobit ćemo tako, da pad napona na otporu R_3, tj. U_a zbrojimo s padom napona na otporu R_2. Pad napona na otporu R_2 je jednak struji I_2 pomnoženoj s otporom R_2. Struja $I_2 = I_a + I_3$.

Struju I_3 dobili smo prema primjeru 1. U tom zadatku je uvršteno u izraz $U_a = I_3 \cdot R_3$:

$$I_3 = \frac{220\,\text{V} - 80\,\text{V} - 40}{20\,000\,\Omega} = 0{,}005\,\text{A}$$

$$I_2 = I_a + I_3 = 0{,}01\ \text{A} + 0{,}005\ \text{A} = 0{,}015\ \text{A}.$$

Napon $U_b = U_a + I_2 \cdot R_2 = 60\,\text{V} + 0{,}015\,\text{A} \cdot 6\,000\,\Omega = 150\quad\text{V}.$
Napon izvora jednak je zbroju padova napona na otporima.

$$U = I_1\,R_1 + I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3$$

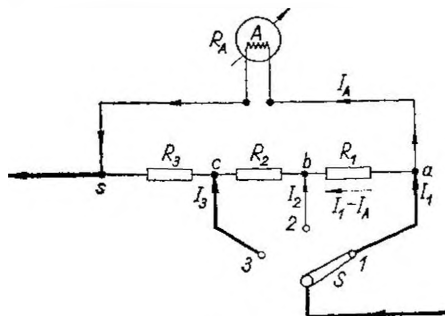
$$U = (I_a + I_b + I_3) \cdot R_1 + (I_a + I_3) \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3$$

$$U = (0{,}01 + 0{,}02 + 0{,}005)\,\text{A} \cdot 2\,000\,\Omega + 0{,}015\,\text{A} \cdot 6\,000\,\Omega + 0{,}005\,\text{A} \cdot 12\,000\,\Omega$$

$$U = 70\ \text{V} + 90\ \text{V} + 60\ \text{V} = 220\ \text{V}.$$

Istodobno smo prokontrolirali ispravnost računa zadatka.

7 Treba izračunati kombinirani šent za miliampermetar, da bi pri maksimalnom otklonu pokazivao osim svoje struje $I_A = 2$ mA također struje $I_1 = 10$ mA, $I_2 = 30$ mA te $I_3 = 100$ mA. Unutrašnji otpor instrumenta $R_A = 40\,\Omega$. Šentove ćemo spojiti prema slici 15—7.



Slika 15-7

Miliampermetar priključit ćemo na stezaljke $a - s$ strujnog kruga. Kada mjerimo struju $I = 2$ mA, tada ne koristimo šent, jer se otpori između $s - a$ isključe.

a) Želimo li mjeriti struju do $I_1 = 10$ mA, mora struja 10 mA − 2 mA = 8mA teći kroz sve otpore šenta pri položaju preklopke na 1. Pad napona na otporima šenta U_s i instrumenta U_A u točkama $s - a$ mora prema Kirchhoffovom zakonu biti jednak.

$$U_s = U_A;\ (I_1 - I_a) \cdot (R_1 + R_2 + R_3) = I_A\,R_A$$

$$0{,}008\ \text{A}\ (R_1 + R_2 + R_3) = 0{,}002\ \text{A} \cdot 40\,\Omega. \qquad (1)$$

b) Pri mjerenju struje do $I_2 = 30$ mA premjestit ćemo preklopku na položaj 2. Mjerena struja I_2 se grana u tački b. Pri punom otklonu instrumenata struja $I_A = 2$ mA teći će otporom R_1 i instrumentom R_A. Suvišni dio struje $I_2 - I_A$ teći će otporima R_2 i R_3. Struje u granama stvaraju međusobno jednake padove napona između točaka $s - b$.

$$(I_2 - I_A) \cdot (R_2 + R_3) = I_A \cdot R_1 + I_A \cdot R_A$$

$$(0{,}030 - 0{,}002) \text{ A} \cdot (R_2 + R_3) = 0{,}002 \text{ A } (R_1 + 40\,\Omega). \qquad (2)$$

c) Slično ćemo postupiti pri proširenju područja na $I_3 = 100$ mA. Ta se struja grana u točki c. Struja $I_3 - I_A$ teče lijevo kroz otpor R_3, a struja I_A desno kroz otpore R_1, R_2 i R_A. Struje se sastaju u točki s ponovo u struju $I_3 = 100$ mA (pri punom otklonu). Jedna grana sadržava otpor R_3, a druga otpore $R_1 + R_2 + R_A$. Naponi u točkama s i c su jednaki:

$$(I_3 - I_A) \cdot R_3 = I_A \cdot R_1 + I_A \cdot R_2 + I_A \cdot R_A$$

$$0{,}098 \text{ A} \cdot R_3 = 0{,}002 \text{ A} \cdot (R_1 + R_2 + 40). \qquad (3)$$

Sastavili smo tri jednadžbe (1), (2) i (3) s tri nepoznate vrijednosti otpora R_1, R_2 i R_3, koje tražimo. Sve ćemo jednadžbe pomnožiti s 1 000 i urediti:

$$R_1 + R_2 + R_3 = 10\,\Omega \qquad (1)$$

$$14\,(R_2 + R_3) - R_1 = 40\,\Omega \qquad (2)$$

$$49\,R_3 - R_1 - R_2 = 40\,\Omega. \qquad (3)$$

Zbrojit ćemo jednadžbe (1) i (3):

$$50\,R_3 = 50\,\Omega; \; R_3 = 50\,\Omega/50 = 1\,\Omega.$$

Zbrojit ćemo jednadžbe (1) i (2):

$$15\,R_2 + 15\,R_3 = 50\,\Omega; \; 15\,R_2 + 15 \cdot 1\,\Omega = 50\,\Omega$$

$$15\,R_2 = 35\,\Omega; \; R_2 = 2{,}34\,\Omega.$$

Uvrstit ćemo u jednadžbu (1) dobivene vrijednosti

$$R_1 + \frac{35\,\Omega}{15} + 1\,\Omega = 10\,\Omega\,; \qquad 15\,R_1 + 35\,\Omega + 15\,\Omega = 150\,\Omega.$$

$$R_1 = \frac{100\,\Omega}{15} = 6{,}66\,\Omega\,.$$

Ispravnost računa prokontrolirat ćemo u sva tri slučaja tako da struje pomnožimo s izračunatim otporima. Tako dobiveni padovi napona moraju biti jednaki prema naznačenim jednanadžbama (1), (2) i (3). Na primjer, u slučaju 1 pad napona na instrumentu je $I_A \cdot R_A = 2 \text{ mA} \cdot 40\,\Omega = 80$ mV, a zbroj padova napona na otporima između točaka $s - a$ je također 80 mV:

$$(R_1 + R_2 + R_3) \cdot (I_1 - I_A) = 10\,\Omega \cdot 8 \text{ mA}.$$

Kontrolu ispravnosti izračunatih otpora možemo provesti također uvrštenjem u jednadžbu (3).

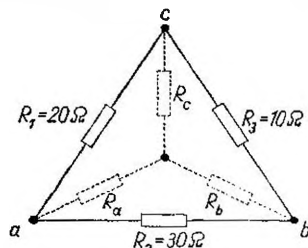
Zadaci

1. Prema shemi na sl. 15—1 treba izračunati napon U_1 koji možemo oduzimati s kliznika djelitelja pri $R_1 = 75\,\Omega$ (6V).
2. Prema shemi na sl. 15—3 treba izračunati napon U_t i struju I_t mjernog instrumenta pri $R = 1\,000\,\Omega$, $R_2 = 500\,\Omega$ i $R_1 = 5\,000\,\Omega$ (137,5 V).

16. Rješavanje složenih krugova preoblikovanjem (transfiguracijom)

Pravila i formule

Kod složenih krugova nadomještamo (transfiguriramo) petlje koje se teško izračunavaju i koje su bez izvora struje na jednostavne oblike. Ako, na primjer, trokut otpora transfiguriramo na zvijezdu, promijenit ćemo na taj način složenu figuru u jednostavniju (sl. 16—1).



Slika 16-1

Otpore R_1, R_2 i R_3 koji čine trokut nadomjestit ćemo zvijezdom i u njoj otporima R_a, R_b, R_c. Nadomjestit ćemo (transfigurirati) ih tako da ukupni otpori između točaka *ab, ac, bc* budu u zvijezdi jednaki onima u trokutu.

Nove otpore u zvijezda-spoju izračunat ćemo iz otpora u spoju trokut pomoću jednadžbi:

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}; \qquad R_b = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3};$$

$$R_c = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Otpor u kraku zvijezde jednak je umnošku dvaju prileżećih otpora trokuta podijeljenim sa zbrojem svih triju otpora.

Vježbe

1 Trokut otpora na sl. 16—1 treba zamijeniti s otporima $R_1 = 20\,\Omega$, $R_2 = 30\,\Omega$ i $R_3 = 10\,\Omega$ koji čine zvijezdu otpora; zvijezda treba da ima jednaki ukupni otpor kao trokut. Izračunati treba otpore zvijezde R_a, R_b, R_c.

Otpori zvijezda su, nakon što u formule uvrstimo poznate vrijednosti, ovi:

$$R_a = \frac{20\,\Omega \cdot 30\,\Omega}{20\,\Omega + 30\,\Omega + 10\,\Omega} = \frac{600\,\Omega^2}{60\,\Omega} = 10\,\Omega$$

$$R_b = \frac{30\,\Omega \cdot 10\,\Omega}{60\,\Omega} = 5\,\Omega\,; \qquad R_c = \frac{20\,\Omega \cdot 10\,\Omega}{60\,\Omega} = 3{,}33\,\Omega.$$

Spoj zvijezda s izračunatim otporima ima ukupni otpor kao zadani spoj u trokut. (Struje se dovode u tri tačke *a*, *b*, i *c* i za trokut i za zvijezdu).

2 Wheaetstoneov most predstavlja složeni strujni krug (sl. 16—2). Treba naći njegov ukupni otpor i struju, ako izvor ima napon $U = 2{,}5$ V.

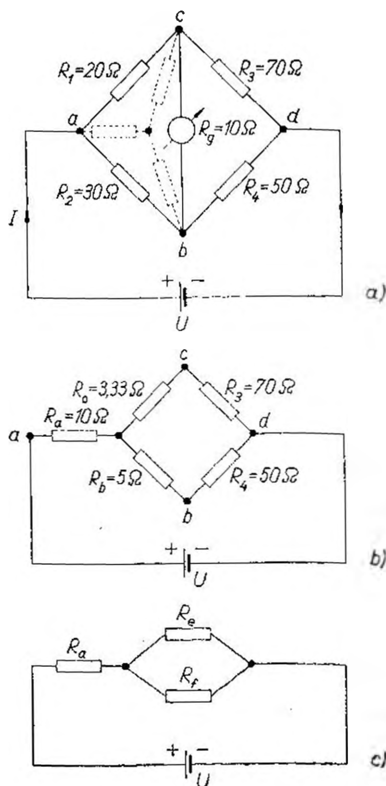
Otpori R_1, R_2 i otpor R_g galvanometra spojeni su u trokut koji ćemo nadomjestiti prikladnijim spojem zvijezda (pogledaj crtkani spoj). Nakon toga dobit ćemo nadomjesni spoj prema sl. 16—2, gdje smo otpore R_1, R_2 i R_g nadomjestiti otporima R_a, R_b, R_c prema predašnjem primjeru. Otpore nadomjesnog spoja mosta lako ćemo izračunati.

Otpore R_c i R_3 nadomjestit ćemo otporom R_e a otpore R_b i R_4 s R_f; na taj način dobit ćemo daljnje pojednostavljenje, prema slici 16—2c.

Za izračunavanje otpora R_a, R_b i R_c koristit ćemo račun iz predašnjeg primjera. Ukupni otpori serijski spojenih otpora su

$$R_e = R_c + R_3 = 3{,}33\,\Omega + 70\,\Omega = 73{,}33\,\Omega$$

$$R_f = R_b + R_4 = 5\,\Omega + 50\,\Omega = 55\,\Omega.$$



Slika 16-2

Ovi otpori su paralelno spojeni

$$\frac{1}{R_{ef}} = \frac{1}{R_e} + \frac{1}{R_f}; \qquad R_{ef} = \frac{R_e \cdot R_f}{R_e + R_f} = \frac{73{,}33\,\Omega \cdot 55\,\Omega}{128{,}33\,\Omega} = 31{,}5\,\Omega.$$

Ukupni otpor cijelog mosta je:

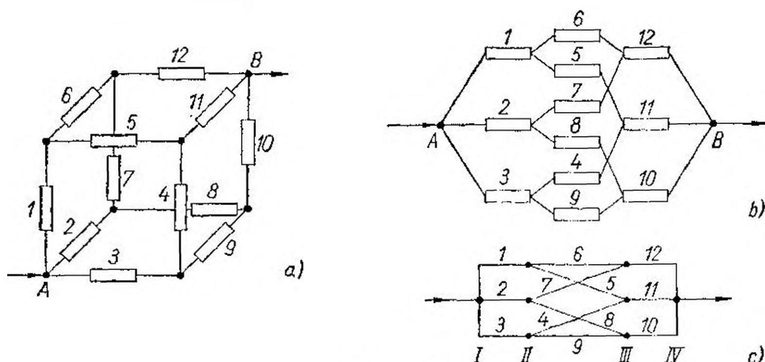
$$R = R_a + R_{ef} = 10\,\Omega + 31{,}5\,\Omega = 41{,}5\,\Omega.$$

Ukupna struja

$$I = \frac{U}{R} = \frac{2{,}5\text{ V}}{41{,}5\,\Omega} = 0{,}06\text{ A}.$$

3 Dvanaest jednakih otpora po 1 Ω prostorno su spojeni u kocku (sl. 16—3a) U tački *A* dovodimo struju koja izlazi iz točke *B*. Treba izračunat ukupni otpor cijelog prostornog sistema.

Žičanu kocku treba stlačiti u ravninu na oblik prema sl. 16—3b. Daljnjim pojednostavnjenjem dobit ćemo spoj prema shemi na slici 16—3c.



Slika 16-3

Otpori *1*, *2*, *3* i *4*, *5*, *6*, *7*, *8*, *9* te *10*, *11*, *12* čine tri skupine paralelno spojenih otpora koje su međusobno serijski spojeni. Svaki je otpor od 1 Ω a svi su jednaki.

U sektoru I do II je ukupni otpor $^1/_3\,\Omega$, u sektoru II do III je ukupni otpor paralelno spojenih jednakih otpora $^1/_6\,\Omega$, a u sektoru III do IV je ukupni otpor $^1/_3\,\Omega$.

Serijski spojeni sektori daju ukupni otpor cijele kocke.

$$R = \frac{1}{3}\,\Omega + \frac{1}{6}\,\Omega + \frac{1}{3}\,\Omega = \frac{5}{6}\,\Omega.$$

IZRAČUNAVANJE ELEKTRIČNE SNAGE I RADA

17. Električna snaga istosmjerne struje

Pravila i formule

Električnu snagu P dobit ćemo, kada napon pomnožimo sa strujom

$$P = U \cdot I.$$

Ostale formule za snagu P glase (uz $U = RI, I = U/R$):

$$P = R \cdot I \cdot I = R \cdot I^2$$

$$P = U \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}.$$

Jedinicu snage dobit ćemo, kada za napon i struju uvrstimo u formulu $P = UI$ jedinice:

jedinica snage = 1 V · 1 A = 1 VA = 1 W.

1 VA *(voltamper)* ili 1 W *(vat)* je jedinica za električnu snagu.

U mehanici su se ranije upotrebljavale i druge jedinice snage npr.:

kilopondmetar u sekundi = kpm/s = 9,81 W,

konjska snaga = KS = 75 kpm/s = 736 W,

kilovat = kW = 102 kpm/s = 1,36 KS.

(Motor snage 1 kW ispumpa svake sekunde 102 l vode na visinu 1 m ili 10,2 l vode na visinu 10 m itd. Stvorenu toplinsku i svjetlosnu snagu 100 W žarulje možemo zamisliti jednakom snazi pumpe, koja u svakoj sekundi ispumpa 10,2 l vode na visinu 1 m).

Električnu snagu mjerimo vatmetrom.

Vježbe

1 Grijaće tijelo načinjeno od otporne žice za električnu peć konstruirano je za 500 W i 220 V. Treba izračunati otpor „spirale" i struju koja njome teče (sl. 17 – 1).

Struju ćemo izračunati iz formule za snagu $P = U \cdot I$, odakle je

$$I = \frac{P}{U} = \frac{500\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 2{,}27\ \text{A}.$$

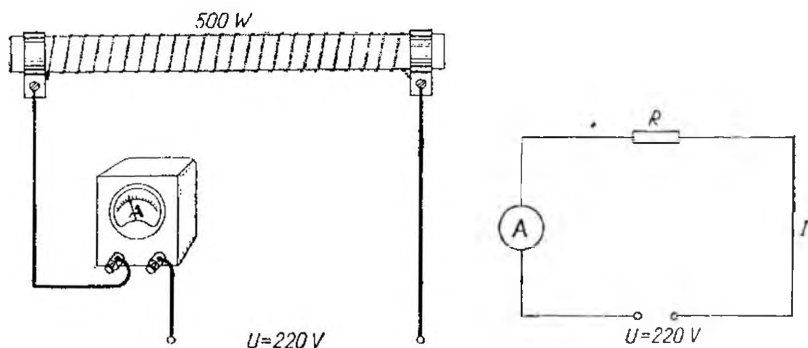
Otpor ćemo izračunati iz druge jednadžbe za snagu $P = U^2/R$.

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(220\ \text{V})^2}{500\ \text{W}} = \frac{48\,400\ \text{V}^2}{500\ \text{VA}} = 96{,}8\ \Omega.$$

Otpor možemo izračunati također i iz Ohmovog zakona

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{2{,}27\ \text{A}} = 96{,}8\ \Omega.$$

Rezultate možemo kontrolirati ampermetrom, koji ćemo priključiti prema sl. 17-1, na kojoj su spojeni elementi i prikazana shema.



Slika 17-1

2 Na žarulji postoje ovi podaci: 220 V, 25 W. Koliki je otpor žarulje i kolika struja njome teče ako ju spojimo na mrežu $U = 220$ V (sl. 17—2)?

Električna snaga žarulje je $P = U \cdot I$, pa je struja žarulje

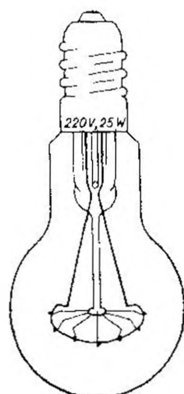
$$I = \frac{P}{U} = \frac{25\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 0{,}113\ \text{A}.$$

Otpor niti žarulje izračunat ćemo iz jednadžbe $P = U^2/R$:

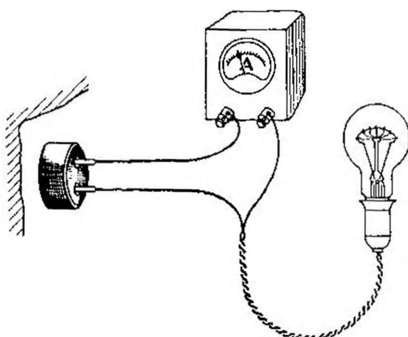
$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{48\,400\ \text{V}^2}{25\ \text{W}} = 1936\ \Omega.$$

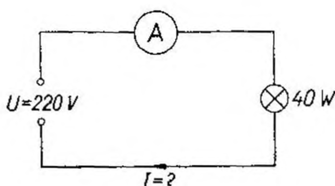
Vrijednosti otpora i struje su ispravne za stanje kad žarulja svijetli, tj. kada je vruća. U hladnom stanju je otpor oko 11 puta manji, a struja pri ukapčanju veća.

Otpor možemo izračunati prema Ohmovom zakonu primjenjujući struju koja prolazi žaruljom.



Slika 17-2





Slika 17-3

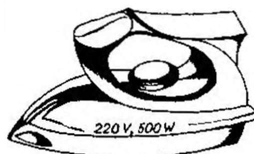
3 Koliku struju će pokazati ampermetar prema spoju i shemi sl. 17–3? U strujnom krugu su izvor napona $U = 220$ V, žarulja 40 W/220 V i ampermetar.

$$\text{Struja } I = \frac{P}{U} = \frac{40\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 0{,}182\ \text{A}.$$

Otpor niti žarulje:

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{48\,400\ \text{V}^2}{40\ \text{W}} = 1\,210\ \Omega.$$

4 Na električnom glačalu čitamo ove podatke: 220 V, 500 W. Treba izračunati otpor žice grijaćeg tijela i struju kada je glačalo ukopčano (sl. 17–4).



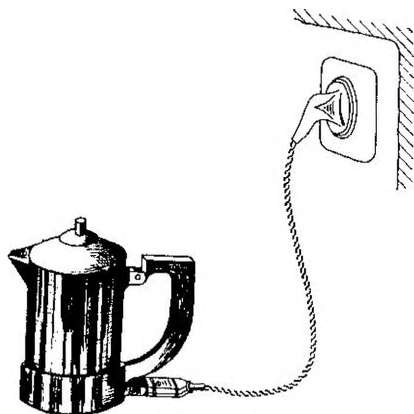
Slika 17-4

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2\ \mathrm{V}^2}{500\ \mathrm{W}} = \frac{48\,400\ \mathrm{V}^2}{500\ \mathrm{W}} = 96{,}8\ \Omega$$

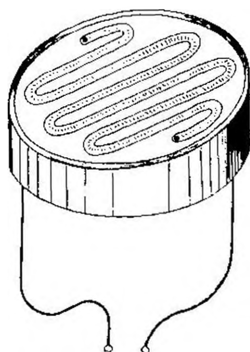
$$I = \frac{P}{U} = \frac{500\ \mathrm{W}}{220\ \mathrm{V}} = 2{,}27\ \mathrm{A}\ \text{ili}\ I = \frac{U}{R} = \frac{220\ \mathrm{V}}{96{,}8\ \Omega} = 2{,}27\ \mathrm{A}.$$

5 Električni lonac za 220 V treba da ima snagu 600 W. Koliki otpor mora imati žica grijaćeg tijela (sl. 17—5)?

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(220\ \mathrm{V})^2}{600\ \mathrm{W}} = \frac{48\,400\ \mathrm{V}^2}{600\ \mathrm{W}} \approx 80{,}6\ \Omega.$$



Slika 17-5



Slika 17-6

6 Koliki otpor mora imati grijaća spirala (sl. 17—6) za kuhalo koje uz struju 3 A mora imati snagu 500 W?

Prema zadanim podacima primijenjujemo drugu formulu za izračunavanje otpora:

$$P = U \cdot I = R \cdot I \cdot I = R \cdot I^2$$

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{500\ \mathrm{W}}{(3\mathrm{A})^2} = \frac{500\ \mathrm{W}}{9\ \mathrm{A}^2} = \frac{500\ \mathrm{VA}}{9\ \mathrm{A}^2} = 55{,}5\ \Omega.$$

7 Kolika se električna snaga pretvara u toplinsku snagu u otporniku otpora $R = 100\ \Omega$, koji je priključen na mrežu $U = 220$ V (sl. 17—7)?

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(220\ \mathrm{V})^2}{100\ \Omega} = \frac{48\,400\ \mathrm{V}^2}{100\ \Omega} = 484\ \mathrm{W}.$$

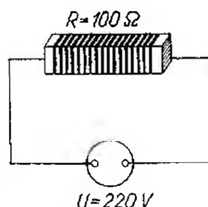
Drugo rješenje:

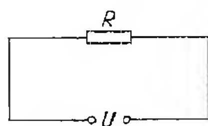
$$I = \frac{U}{R} = \frac{220\ \text{V}}{100\ \Omega} = 2{,}2\ \text{A}$$

$$P = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 2{,}2\ \text{A} = 484\ \text{VA} = 484\ \text{W}$$

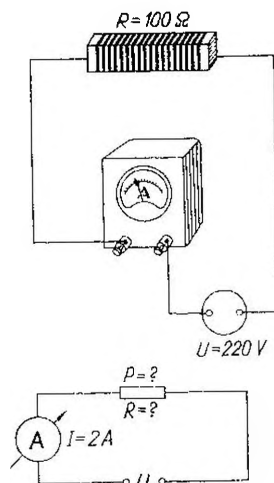
ili

$$P = R \cdot I^2 = 100\ \Omega \cdot (2{,}2\ \text{A})^2 = 100\ \Omega \cdot 4{,}84\ \text{A}^2 = 484 \frac{\text{V}}{\text{A}}\ \text{A}^2 = 484\ \text{W}.$$





Slika 17-7



Slika 17-8

8 Prema spoju na sl. 17—8 ampermetar prikazuje struju $I = 2$ A. Treba izračunati otpor trošila i električnu snagu koju trošilu daje mreža napona $U = 220$ V:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{2\ \text{A}} = 110\ \Omega$$

$$P = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 2\ \text{A} = 440\ \text{VA} = 440\ \text{W}$$

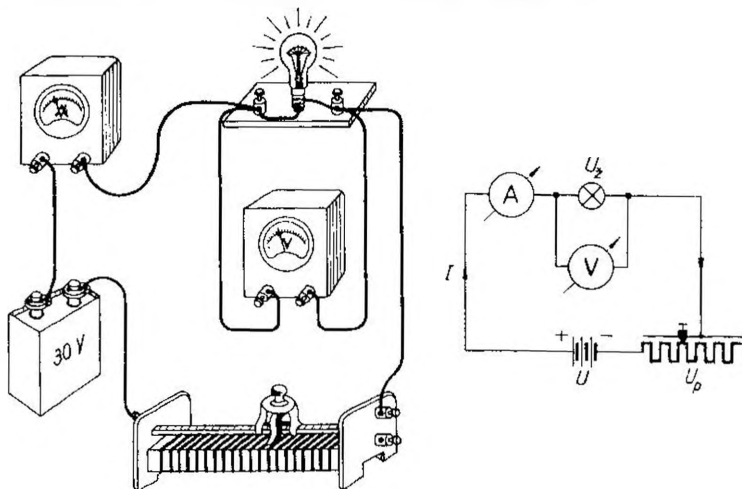
ili

$$P = R \cdot I^2 = 110\ \Omega \cdot (2\ \text{A})^2 = 110\ \Omega \cdot 4\ \text{A}^2 = 440\ \text{W}$$

ili

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(220\ \text{V})^2}{110\ \Omega} = \frac{48\,400\ \text{V}^2}{110\ \Omega} = 440\ \text{W}.$$

9 Na žarulji vidimo samo podatak: 24 V. Spojit ćemo je u krug prema sl. 17—9 i ustanoviti joj daljnje podatke. U strujnom krugu ćemo reostatom podesiti takvu struju da će voltmetar na stezaljkama žarulje pokazati napon $U_ž \approx 24$ V, pri čemu ampermetar pokazuje $I = 1{,}46$ A. Koliku snagu i otpor ima žarulja i kakvi su gubici napona i snage na reostatu?



Slika 17-9

Snaga žarulje je

$$P = U_ž \cdot I = 24\ \text{V} \cdot 1{,}46\ \text{A} \approx 35\ \text{W}.$$

Njen otpor:

$$R_ž = \frac{U_ž}{I} = \frac{24\ \text{V}}{1{,}46\ \text{A}} = 16{,}4\ \Omega.$$

Pad napona na reostatu:

$$U_p = U - U_ž = 30\ \text{V} - 24\ \text{V} = 6\ \text{V}.$$

Gubitak snage u reostatu:

$$P_p = U_p \cdot I = 6\ \text{V} \cdot 1{,}46\ \text{A} = 8{,}76\ \text{W}.$$

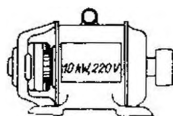
10 Elektromotor ima na natpisnoj pločici samo ove podatke: $P = 10$ kW i $U = 220$ V. Treba izračunati koliki je otpor motora i kakva struja njime teče kad je u pogonu (sl. 17—10)?

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2\text{V}^2}{10\,000\ \text{W}} = \frac{48\,400\ \text{V}^2}{10\,000\ \text{VA}} = 4{,}84\ \Omega$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{10\,000 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 45{,}45 \text{ A}$$

Kontrola:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220 \text{ V}}{4{,}84} = 45{,}45 \text{ A} \qquad R = = \frac{220 \text{ V}}{45{,}45 \text{ A}} = 4{,}84\ \Omega.$$



Slika 17-10



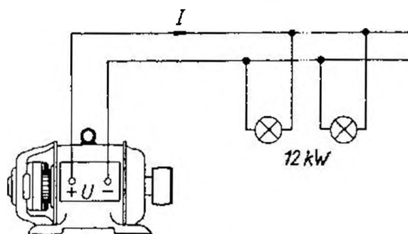
Slika 17-11

11 Grijač električnog ronila prema sl. 17—11 ima snagu 600 W, a priključuje se na napon 220 V. Treba izračunati njegovu struju i otpor.

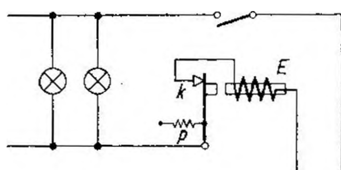
$$I = \frac{P}{U} = \frac{600 \text{ W}}{220 \text{ V}} \approx 2{,}73 \text{ A}; \qquad R = \frac{U^2}{P} = \frac{48\,400 \text{ V}^2}{600 \text{ W}} = 80{,}6\ \Omega.$$

12 Dinamo daje u mrežu istosmjernu struju 110 A i snagu 12 kW za žarulje. Koliki mu je napon stezaljki U (sl. 17—12)?

$$U = \frac{P}{I} = \frac{12\,000 \text{ W}}{110 \text{ A}} = 109 \text{ V}.$$



Slika 17-12



Slika 17-13

13 Shema na sl. 17—13 prikazuje funkcioniranje ograničivača struje. Pri određenoj struji, koja se može podesiti oprugom p, elektromagnet E će privući kotvu, isključiti kontakt K i prekinuti struju. U našem slučaju ograničivač isključi strujni krug pri struji $I = 2$ A. Koliko žarulja po 25 W može istovremeno svijetliti pri naponu mreže $U = 220$ V, a da ograničivač još ne proradi?

Ograničivač iskapča pri struji $I = 2$ A, tj. pri snazi

$$P = U \cdot I = 220 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = 440 \text{ W}.$$

Istovremeno može svijetliti 17 žarulja (440 W/25W = 17,6).

14 Električna peć ima tri grijača tijela po 500 W/220 V koja su paralelno spojena. Kolika je ukupna snaga, struja i otpor u pogonu (sl. 17—14)?

Ukupna snaga peći je

$$P = 3 \times 500 \text{ W} = 1\,500 \text{ W} = 1{,}5 \text{ kW}.$$

Ukupna struja

$$I = \frac{P}{U} = \frac{1\,500 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 6{,}82 \text{ A}.$$

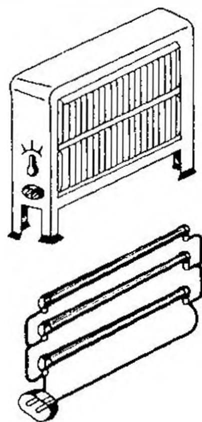
Rezultirajući otpor:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{6{,}82 \text{ A}} = 32{,}2 \ \Omega.$$

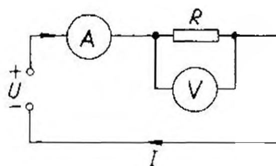
ili

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{48\,400 \text{ V}^2}{1\,500 \text{ W}} = 32{,}2 \ \Omega.$$

(Struja jednog grijaćeg tijela je $I_1 = 500$ W/220 V = 2,27 A, a otpor $R_1 =$ = 220 V/127 A = 96,9 ≈ 97 Ω).



Slika 17-14

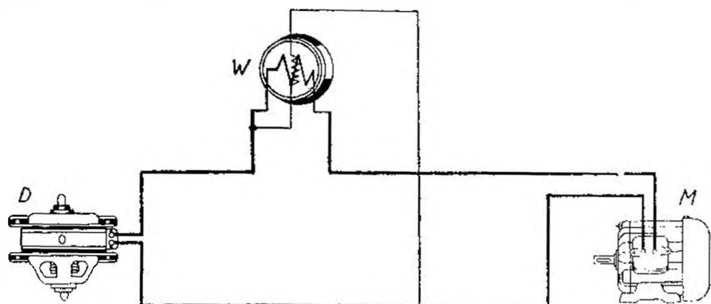


Slika 17-15

15 Kolika se električna snaga pretvara u toplinsku u otporu R kada ampermetar pokazuje struju 2 A, a votmetar pad napona na otporu $U = 115$ V? Koliki je otpor R (sl. 17—15)?

$$P = U \cdot I = 115 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = 230 \text{ W}; \quad R = \frac{U}{I} = \frac{115 \text{ V}}{2 \text{ A}} = 57{,}5\ \Omega.$$

16 Na slici 17—16 vidimo spoj dinama D s vatmetrom W i motorom M. Vatmetar pokazuje snagu 22 kW, a dinamo ima napon stezaljki 220 V. Koliku struju vuče motor i koliki je otpor spoja (osim dinama) pri normalnom pogonu?



Slika 17-16

Struja motora je:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{22\,000 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 100 \text{ A},$$

a otpor vanjskog kruga:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{100 \text{ A}} = 2{,}2\ \Omega$$

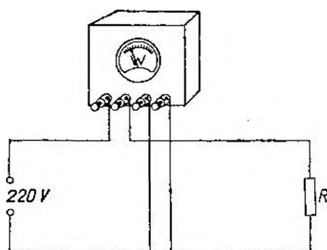
ili

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(220 \text{ V})^2}{22\,000 \text{ W}} = \frac{48\,400 \text{ V}^2}{22\,000 \text{ VA}} = 2{,}2\ \Omega.$$

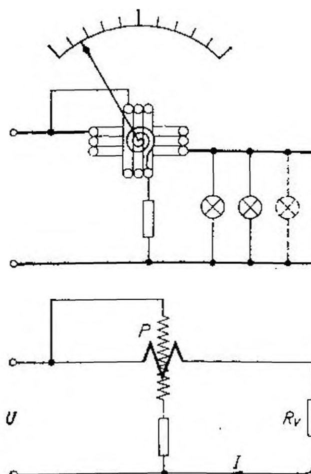
(Otpor vanjskog kruga se mijenja pri različitim opterećenjima motora. Pri ukapčanju, tj. pri pokretanju, kada se motor počinje vrtjeti, otpor je najmanji, zbog toga jer još ne proizvodi protuelektromotornu silu).

17 Treba izračunati otpor i struju trošila R, kada vatmetar pokazuje snagu od 75 W uz napon mreže $U = 220$ V (sl. 17—17).

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2 \text{V}^2}{75 \text{ W}} = \frac{48\,400 \text{ V}^2}{75 \text{ VA}} = 645{,}3\ \Omega \qquad I = \frac{P}{U} = \frac{75 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 0{,}34 \text{ A}.$$



Slika 17-17



Slika 17-18

18 Vatmetar spojen prema slici 17—18 pokazuje snagu $P = 1{,}6$ kW. Kolika je ukupna struja i otpor žarulja koje su paralelno spojene na mrežu $U = 220$ V? Koliko žarulja po 40 W je paralelno spojeno?

Ukupna struja je:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{1\,600 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 7{,}27 \text{ A}.$$

a rezultirajući otpor:

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{48\,400 \text{ V}^2}{1\,600 \text{ W}} = 30{,}25\ \Omega.$$

Broj paralelno spojenih žarulja snage 40 W:

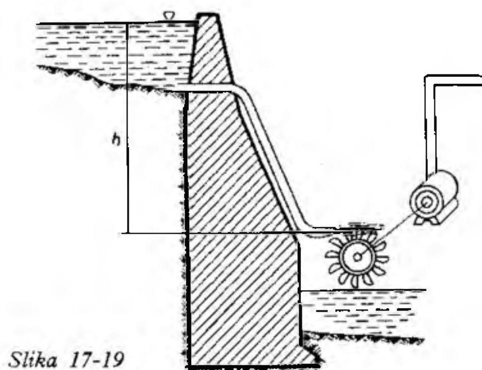
$$n = \frac{1\,600 \text{ W}}{40 \text{ W}} = 40 \text{ komada}.$$

(Broj n žarulja možemo odrediti iz podataka jedne žarulje 40 W/220 V, tj. iz otpora žarulje R_1 i rezultirajućeg otpora R. Broj paralelno spojenih žarulja $n = R_1/R$).

19 Brana ima razliku nivoa vode $h = 4$ m. Svaku sekundu pada na lopatice turbine iz cjevovoda 51 litra vode. Koliku električnu snagu daje turbogenerator ako zanemarimo gubitke (sl. 17—19)?

Sila je (1 litra ima masu 1 kg):

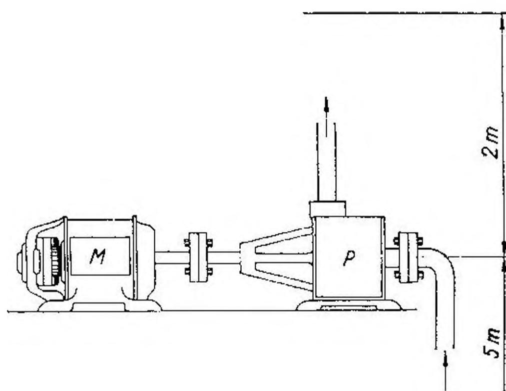
$$F = m \cdot g = 51 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 500 \text{ N (njutna)}$$



Slika 17-19

Snaga $P = F \cdot v = 500\ \text{N} \cdot 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2000\ \text{W}$.

20 Koliku snagu mora imati elektromotor da bi svake sekunde ispumpao 25,5 l vode iz dubine od 5 m do posude na visini od 3 m? (Gubitke zanemarujemo sl. 17–20).

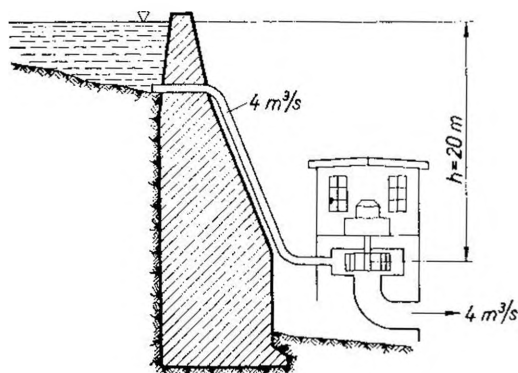


Slika 17-20

Ukupna visina iznosi $h = 5 + 3 = 8$ m. Potrebna snaga motora je:

$$P = F \cdot v = m \cdot g \cdot v = 25{,}5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2000\ \text{W} = 2\ \text{kW}$$

21 Hidroelektrana dobiva jednim cjevovodom svaku sekundu 4 m³ vode od brane. Razlika u visini između nivoa vode i vodne turbine je $h = 20$ m. Treba izračunati snagu jedne turbine a da ne vodimo računa o gubicima (sl. 17–21).

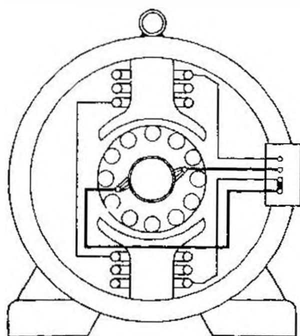


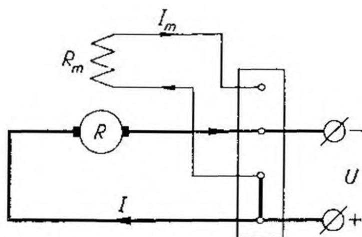
Slika 17-21

Snaga vodenog toka je (1 kubni metar vode ima masu 1000 kg):

$$P = 4000\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 784\,000\ \text{W} = 784\ \text{kW}$$

22 Poredni istosmjerni motor ima paralelan spoj namota kotve i magneta. Namot kotve ima otpor $R = 0{,}1\ \Omega$ i struju $I = 20$ A, a namot magneta ima otpor $R_m = 25\ \Omega$ i struju magnetiziranja $I_m = 1{,}2$ A. Koliki je gubitak snage u obadva namota motora (sl. 17–22)?





Slika 17-22

Gubitak snage u namotu kotve iznosi:

$$P = R \cdot I^2 = 0{,}1\ \Omega \cdot 20^2\ \mathrm{A}^2 = 40\ \mathrm{W},$$

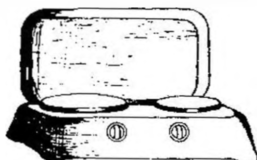
a gubitak snage u namotu magneta:

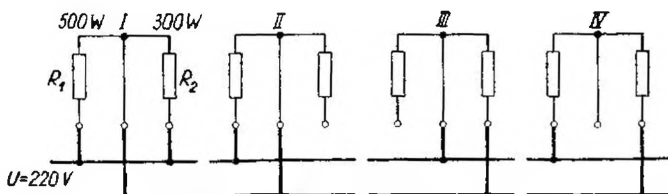
$$P_m = R_m \cdot I_m^2 = 25\ \Omega \cdot 1{,}2^2 \mathrm{A}^2 = 36\ \mathrm{W}$$

Ukupni gubitak snage u bakru namota je:

$$P + P_m = 40\ \mathrm{W} + 36\ \mathrm{W} = 76\ \mathrm{W}.$$

23 Električno dvoplameno kuhalo za napon 220 V ima 4 stupnja regulacije (sl. 17—23). Regulaciju provodimo paralelnim, serijskim i pojedinačnim uključivanjem otpora R_1 i R_2. Treba izračunati otpore R_1 i R_2 tako da u položaju II ima jedna ploča kuhala snagu 500 W, a u položaju III snagu 300 W.





Slika 17-23

1. U položaju II je uključen samo otpor R_1, a njegovu veličinu izračunat ćemo iz formule $P = U\,I = U^2/R$:

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1} = \frac{220^2\mathrm{V}^2}{500\ \mathrm{W}} = \frac{48\,400\ \mathrm{V}^2}{500\ \mathrm{VA}} = 96{,}8\ \Omega.$$

2. U položaju III otpor R_2 je sâm uključen; u tom položaju treba na otporu biti snaga 300 W

$$R_2 = \frac{U^2}{P_2} = \frac{48\,400\ \mathrm{V}^2}{300\ \mathrm{W}} = 161{,}3\ \Omega.$$

3. U položaju IV otpori su serijski spojeni. Snaga će u tom položaju biti:

$$P_3 = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{48\,400\,\mathrm{V}^2}{258{,}1\ \Omega} = 187{,}5\ \mathrm{W}.$$

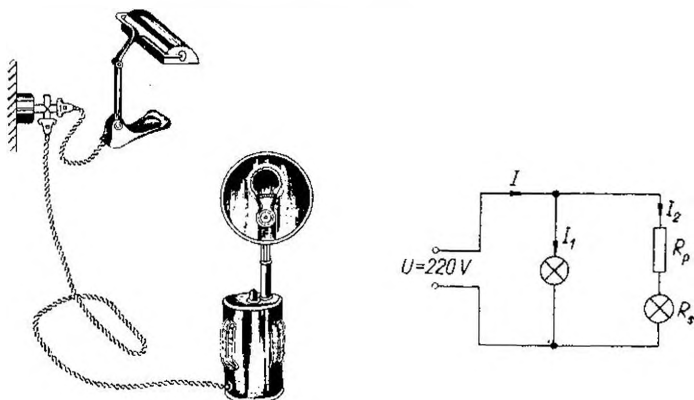
4. U položaju I, gdje je ukupni otpor

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{96{,}8\ \Omega \cdot 161{,}3\ \Omega}{258{,}1\ \Omega} \approx 60{,}4\ \Omega,$$

otpori su paralelno spojeni. Snaga kuhala u tom položaju iznosi:

$$P_1 = \frac{U^2}{R} = \frac{48\,400\ \mathrm{V}^2}{60{,}4\ \Omega} \approx 801\ \mathrm{W}.$$

24 Na rasvjetnu mrežu napona $U = 220$ V priključili smo žarulju snage 60 W, a paralelno njoj „visinsko sunce" (ultravioletnu sijalicu) 300 W/100 V s predotporom R_p. Koliki je rezultirajući otpor serijsko-paralelnog spoja otpora i kolika je rezultirajuća struja (sl. 17—24)?



Slika 17-24

1. **Rješenje.** Struju žarulje dobit ćemo iz snage

$$I_1 = \frac{P}{U} = \frac{60\ \mathrm{W}}{220\ \mathrm{V}} = 0{,}273\ \mathrm{A}.$$

Struju druge grane, s visinskim suncem, dobit ćemo ako podijelimo snagu visinskog sunca s njegovim naponom, tj. $I_2 = P_2/U_2 = 300$ W/100 V $= 3$ A. Rezultirajuća struja iznosi:

$$I = I_1 + I_2 = 0{,}273\ \mathrm{A} + 3\ \mathrm{A} = 3{,}273\ \mathrm{A}.$$

Rezultirajući otpor je:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220\ \mathrm{V}}{3{,}273\ \mathrm{A}} = 67{,}2\ \Omega.$$

2. **Rješenje.** Otpor žarulje iznosi:

$$R_1 = \frac{U^2}{P} = \frac{48\,400\ \text{V}^2}{60\ \text{W}} = 806{,}6\ \Omega.$$

Predotpor uzrokuje pad napona 220 V − 100 V = 120 V uz struju od 3 A. Odavde je R_p = 120 V/3 A = 40 Ω. Visinsko sunce ima otpor:

$$R_s = \frac{100\ \text{V}}{3\ \text{A}} = 33{,}3\ \Omega.$$

Rezultirajući otpor serijsko-paralelnog spoja dobit ćemo iz rezultirajuće vodljivosti

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_p + R_s}; \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{806{,}6\ \Omega} + \frac{1}{40\ \Omega + 33{,}3\ \Omega}$$

$$R = \frac{806{,}6\ \Omega \cdot 73{,}3\ \Omega}{806{,}6\ \Omega + 73{,}3\Omega} = \frac{59\,123{,}78\ \Omega^2}{880\ \Omega} \approx 67{,}2\ \Omega.$$

Rezultirajuća struja je:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220\ \text{V}}{67{,}2\ \Omega} = 3{,}273\ \text{A}.$$

Na taj smo način izvršili kontrolu prvog rješenja koje je lakše i brže od drugog.

25 Žarulja s volframovom spiralom izrađena je za snagu 40 W uz napon 220 V. Koliki su otpor i struja žarulje u hladnom stanju, a koliki pri svijetljenju kada temperatura iznosi 2 500°C?

Podaci koji su označeni na žarulji (40 W i 220 V) vrijede kada ona svijetli uz temperaturu 2 500°C. Snaga žarulje je: $P = U\,I = U \cdot U/R = U^2/R$, pa je otpor žarne niti žarulje pri svijetljenju

$$R_{žn} = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2\ \text{V}^2}{40\ \text{W}} = \frac{48\,400\ \text{V}^2}{40\ \text{VA}} = 1\,210\ \Omega.$$

Otpor žarne niti u hladnom stanju (pri 20°C) dobit ćemo iz formule:

$$R_{žn} = R\,(1 + \alpha\,\Delta\,t),$$

pa je prema tome

$$R = \frac{R_{žn}}{1+\alpha\Delta t} = \frac{1\,210\ \Omega}{1+0{,}004\ \frac{1}{°\text{C}}(2\,500-20)°\text{C}} = \frac{1\,210\ \Omega}{10{,}92} = 110{,}8\ \Omega.$$

Žarnom niti, kada žarulja svijetli, teče struja

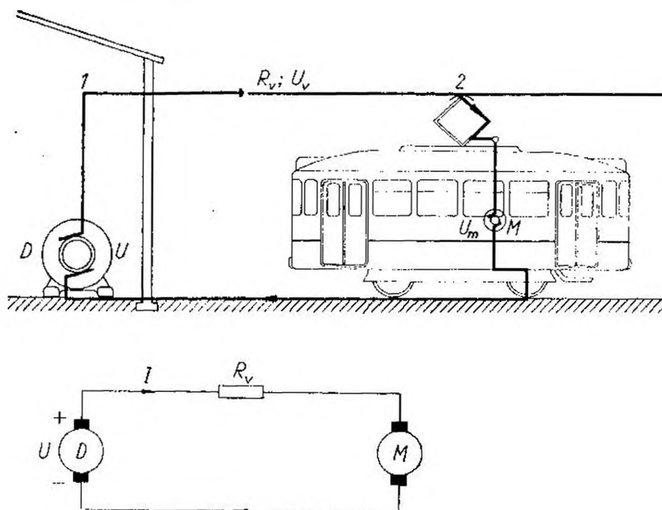
$$I = \frac{P}{U} = \frac{40\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 0{,}18\ \text{A},$$

a prilikom ukapčanja struja iznosi:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220\,\text{V}}{110{,}8\,\Omega} = 1{,}98\ \text{A}.$$

Struja kod ukapčanja je dakle oko 10 puta veća nego kad žarulja svijetli.

26 Koliki je pad napona i gubitak snage u bakrenom vodu električne željeznice (sl. 17—25)?



Slika 17-25

Vod (vozni vod) ima presjek od 95 mm², a električni motor vuče na udaljenosti od 1,5 km struju od 300 A.

Pad napona u vodu između točaka *1* i *2* iznosi $U_v = I\,R_v$. Otpor voznog voda je:

$$R_v = \rho\,\frac{l}{S} = 0{,}0178\ \frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{1\,500\ \text{m}}{95\ \text{mm}^2} \approx 0{,}281\ \Omega.$$

Pad napona prema tome iznosi:

$$U_v = I\,R_v = 300\ \text{A} \cdot 0{,}281\ \Omega = 84{,}3\ \text{V}.$$

Napon stezaljki motora U_m bit će za 84,3 volta manji od napona stezaljki *U* dinama D.

Pad napona se u toku vožnje povremeno mijenja. Što se više električna lokomotiva udaljuje od izvora *D*, to je veća dužina strujnog kruga, a veći je i njegov

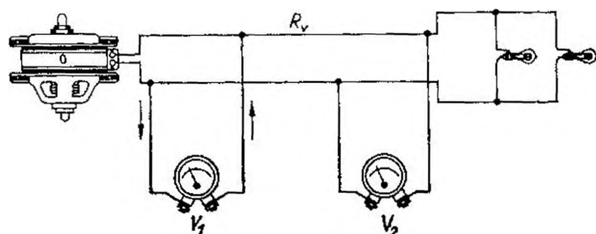
otpor i pad napona. Struja se vraća tračnicama nazad u izvor struje D. Otpor tračnica i zemlje je praktički nula.

Gubitak snage u voznom vodu između točaka *1* i *2* je:

$$P = U_v \cdot I = 84{,}3 \text{ V} \cdot 300 \text{ A} = 25\,290 \text{ W} \approx 25{,}3 \text{ kW}.$$

Gubitak snage i pad napona su relativno veliki. Zbog toga se kod dugih trasa vozni vod napaja iz nekoliko pogodno smještenih izvora kako udaljenost između izvora i električnog vlaka ne bi bila suviše velika.

27 Dinamo daje struju dvjema žaruljama po 100 W i 110 V na udaljenost od 100 m putem bakrenog vodiča presjeka 0,75 mm². Koliki napon stezaljki dinama mora pokazati voltmetar V_1, da bi žarulje imale napon 110 V, koji napon pokazuje votmetar V_2 (al. 17—26)?



Slika 17-26

Struju jedne žarulje izračunat ćemo iz njene nazivne snage:

$$I_1 = \frac{P}{U} = \frac{100 \text{ W}}{110 \text{ V}} = 0{,}909 \text{ A}.$$

a struja dviju žarulja je $2I_1 = I = 1{,}81$ A. Ta struja uzrokuje u vodiču pad napona $U = R_v \cdot I$, gdje je otpor vodiča

$$R_v = \rho \frac{2l}{S} = \frac{1\,\Omega\,\text{mm}^2}{57 \text{ m}} \cdot \frac{2 \cdot 100 \text{ m}}{0{,}75 \text{ mm}^2} = 4{,}68\,\Omega.$$

Pad napona iznosi

$$U = 4{,}68\,\Omega \cdot 1{,}81 \text{ A} = 8{,}47 \text{ V}.$$

Voltmetar V_1 kod dinama mora pokazivati napon

$$U_1 = U_2 + U = 110 \text{ V} + 8{,}47 \text{ V} \approx 118{,}5 \text{ V}.$$

28 Bakreni vod dug 100 m, presjeka $S = 25$ mm², spaja generator s trošilima, koja dobivaju napon $U_2 = 220$ V i struju $I = 120$ A. Treba izračunati snagu P_2 trošila, pad napona i gubitak snage u vodu te snagu P_1 i napon U_1 generatora (sl. 17—27). Dopušteni pad napona je 8 %.

Snaga trošila je: $P_2 = U_2 \cdot I = 220 \text{ V} \cdot 120 \text{ A} = 26{,}4 \text{ kW}$, a otpor voda iznosi:

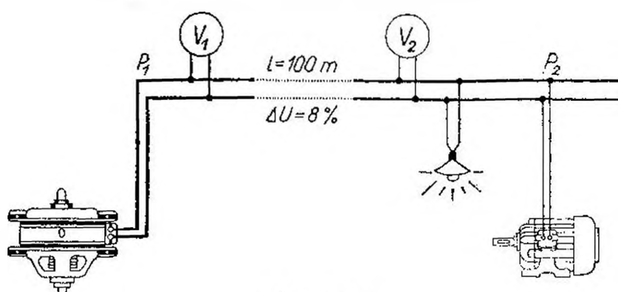
$$R = \rho \frac{2l}{S} = 0{,}0178 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \frac{200 \text{ m}}{25 \text{ mm}^2} = 0{,}1424 \; \Omega.$$

Pad napona u vodu je:

$$\Delta U = R \cdot I = 0{,}1424 \; \Omega \cdot 120 \text{ A} \approx 17 \text{ V}.$$

Gubitak snage u vodu iznosi:

$$\Delta P = R \cdot I^2 = 0{,}1424 \; \Omega \cdot 120^2 \text{ A}^2 = 2{,}05 \text{ kW}.$$



Slika 17-27

Napon stezaljki generatora je: $U_1 = U_2 + \Delta U = 220 \text{ V} + 17 \text{ V} \approx 237 \text{ V}$, a snaga generatora treba da iznosi:

$$P_1 = P_2 + \Delta P = 26{,}4 \text{ kW} + 2{,}05 \text{ kW} = 28{,}45 \text{ kW}.$$

Pad napona i gubitak snage u vodu izraženi u postocima:

$$u = \frac{\Delta U}{U_1} = \frac{17{,}088 \text{ V}}{237 \text{ V}} = 0{,}072 = 7{,}2 \; \% = \frac{\Delta P}{P_1} = p, \text{ a to je } <8 \; \%.$$

29 Koliki će biti pad napona u vodu za priključak elektromotora ako je snaga koju motor vuče iz mreže 3,3 kW uz napon 220 V; vod je od bakra, a udaljenost je električnog brojila od glavnog voda 10 m?

Prema sl. 17—28 dopušteni pad napona iznosi 0,5%, tj.

$$220 \text{ V} \cdot \frac{0{,}5}{100} = 1{,}1 \text{ V}.$$

Struja iznosi:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{3\,300 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 15 \text{ A},$$

a smatramo je nazivnom strujom osigurača. U tablici 1 nalazimo osigurač od 15 A i odgovarajući presjek 2,5 mm².

Otpor voda je:

$$R = \rho\frac{2l}{S} = \frac{1}{57}\frac{\Omega mm^2}{m}\cdot\frac{20\ m}{2,5\ mm^2} = 0,14\ \Omega.$$

Pad napona iznosi:

$$\Delta U = I\cdot R = 15\ A\cdot 0,14\ \Omega = 2,1\ V,$$

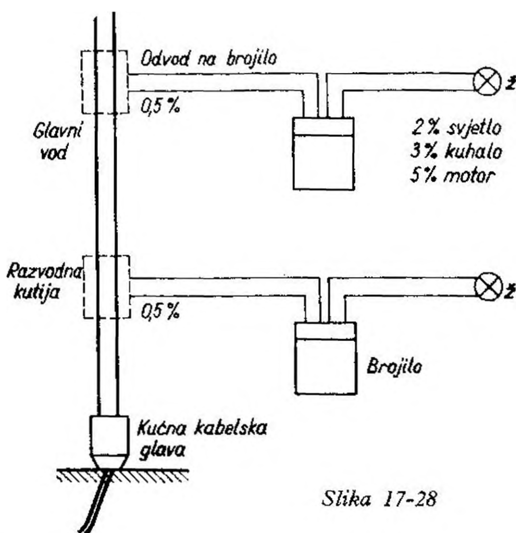
tj. veći je od dopuštenog pada napona 1,1 V. Treba povećati presjek 2,1/1,1 — puta tj. od 2,5 mm^2 na najbliži standardizirani presjek od 6 mm^2. Pri tom standardiziranom presjeku otpor voda je:

$$R' = \frac{1}{57}\frac{\Omega\, mm^2}{m}\cdot\frac{20\, m}{6\, mm^2} \approx 0,06\Omega,$$

a pad napona

$$\Delta U' = I\cdot R' = 15\cdot 0,06 = 0,9\ V.$$

Pri tom normiranom presjeku je pad napona manji od dopuštenog 1,1 V, tj. iznosi manje od 0,5%.



Slika 17-28

30 Treba izračunati presjek bakrenog voda s obzirom na opterećenje i pad napona i to od električnog brojila do žarulja koje su od brojila udaljene 20 m. Žarulje imaju ukupnu snagu 500 W, a izvedene su za napon od 220 V.

Iz formule za otpor $R = \rho l/S$ i iz formule za pad napona $U = R\cdot I$ dobit ćemo formulu za presjek voda:

$$S = \frac{\rho \cdot 2l}{\Delta U/I} = \frac{\rho \cdot 2l \cdot I}{\Delta U}.$$

Struju koja teče vodom izračunat ćemo iz ukupne snage $P = 500\text{W}$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{500\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 2{,}27\ \text{A}.$$

Dopušteni pad napona prema sl. 17–28 je:

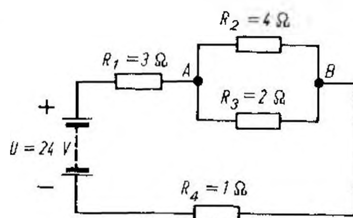
$$\Delta U = u \cdot U = 2\% \cdot 220\ \text{V} = \frac{2}{100}\,220\ \text{V} = 4{,}4\ \text{V}.$$

Presjek s obzirom na opterećenje i pad napona prema izvedenoj formuli iznosi:

$$S = \frac{\rho \cdot 2l \cdot I}{\Delta U} = \frac{0{,}0178\,\frac{\Omega\ \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot 2 \cdot 20\ \text{m} \cdot 2{,}27\ \text{A}}{4{,}4\ \text{V}} = 0{,}36\ \text{mm}^2.$$

Najbliži presjek prema tablici 1. je 0,75 mm², koji podnosi opterećenje od 13 A (pri osiguraču 6 A), dok je stvarna struja samo 2,27 A. (Ako odaberemo veći presjek, na primjer 1 mm², pad napona će biti manji. Za pogonsko trošilo, na primjer kuhalo, motor itd. dopušteni pad napona je veći).

31 Kolika je snaga koju daje izvor struje na slici 17–29 te kolika se snaga troši u otporniku R_3?



Slika 17-29

Ukupni otpor $R = 3 + 1{,}33 + 1 = 5{,}33\ \Omega$,

a struja $$I = \frac{U}{R} = \frac{24}{5{,}33} = 4{,}5\ \text{A}.$$

Snaga koju daje izvor struje iznosi $P = UI = 24 \cdot 4{,}5 = 108$ W. Napon između točaka A i B iznosi $U_{AB} \cdot R_{AB} = 4{,}5 \cdot 1{,}33 = 6{,}0$ V. Struja kroz otpornik R_3 iznosi $I_3 = U_{AB} : R_3 = 6{,}0 : 2 = 3$ A. A snaga koja se u njemu troši jednaka je umnošku napona na njegovim stezaljkama i struje koja kroz nj teče: $P_3 = U_{AB} \cdot I_3 = 18$ W.

Zadaci

1. Imamo 14 žarulja (12 V, 0,1 A) za novogodišnju jelku koje treba serijski priključiti na napon mreže 220 V. Treba izračunati predotpor žarulje 110 V/15W (ili 220 V/60W), otpor jedne žarulje i rezultirajuću struju (806 Ω i oko 0,1 A). (Pri upotrebi tri male žarulje koje su paralelno spojene možemo kao predotpor koristiti žarulju za 220 V/100 W. Treba izračunati otpore i rezultirajuću struju. Male žarulje će biti serijski-paralelno spojene).

2. Računom treba prokontrolirati da li za živinu sijalicu 80 W, 75 V/0,7 A, možemo koristiti grijaće tijelo glačala 240 W/220 V kao predotpor. (Izračunani otpor glačala je 200 Ω, a otpor živine sijalice oko 130 Ω itd).

18. Električni rad istosmjerne struje

Pravila i formule

Električni motor daje to veći rad A što je za veći napon U konstruiran, što jača struja I njime prolazi i što se duže vremena t pri tom vrti:

$$A = U \cdot I \cdot t.$$

Budući da je umnožak $U \cdot I$ snaga P, gornja formula će imati oblik

$$A = P \cdot t,$$

odnosno zbog $P = R \cdot I^2 = U^2/R$:

$$A = R \cdot I^2 \cdot t \text{ ili } A = \frac{U^2}{R} \cdot t.$$

Ako uvrstimo jedinice u formulu, dobit ćemo jedinicu za rad

1 V · 1 A · 1 s = 1 VAs (voltamper sekunda)

1 W · 1 s = 1 Ws (vatsekunda).

Drugi, univerzalniji naziv za jedinice rada VAs i Ws je joule = J (čitaj: džul), dakle

J = *joule* = VAs = Ws.

Uz ovu jedinicu u elektrotehnici se često upotrebljava i jedinica Wh (vatsat) Wh = 3 600 J = 3 600 Ws. U mehanici se upotrebljava i jedinica njutnmetar. Između nabrojanih jedinica vladaju odnosi:

1 Nm = 1 J = 1 Ws

Wh = 3 600 J; Wh = 3,6 kJ

Električni motor snage 1 kW izvrši rad od 1 kWh za jedan sat. Električno glačalo za 500 W = 0,5 kW troši 1 kWh (jedan kilovatsat) za 2 sata (0,5 kW · 2 h = kWh).

Sisaljka izvrši rad od 1 kWh kada ispumpa 36 710 litara vode na visinu od 10 m (za bilo koje vrijeme), ako zanemarimo gubitke.

Vježbe

1 Desct turista nose svoju opremu mase 36,7 kg na visini od 1 000 m. Koliki su rad izvršili?

Mehanički rad A = sila F × put s u smjeru sile:

$$A = F \cdot s = 10 \cdot 36{,}7\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1000\ \text{m} = 3\,596 \cdot 10^3\ \text{J} =$$

$$= 3\,596 \cdot 10^3\ \text{Ws} = \frac{3\,596}{3\,600} \cdot \text{kWh} \approx 1\ \text{kWh}.$$

Turisti su izvršili rad od jednog kilovatsata za koji se plaća elektrodistributivnom poduzeću npr. 1 dinar.

2 Sisaljka s elektromotorom snage 0,5 kW crpila je vodu 2 sata. Koliki je rad izvršen?

$$A = P \cdot t = 0{,}5\ \text{kW} \cdot 2\ \text{h} = 1\ \text{kWh}.$$

Ako rad želimo izraziti jedinicom J dobit ćemo (1 kWh = 3600 kJ)

$$A = 1\ \text{kWh} = 3600\ \text{kJ}.$$

3 Elektromotor sisaljke mora ispumpati svake sekunde 25,5 l vode do visine od 4 m. Koliku snagu mora imati motor i koliki je rad izvršio za 2 sata?

Masa 1 litre vode je 1 kg. Sisaljka svake sekunde digne 25,5 kg vode na visinu s = 4 m. Za dva sata digne $25{,}5 \cdot 2 \cdot 3600$ kg = 183 600 kg vode. Pri tom obavi rad:

$$A = F \cdot s = 183\,600\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 = 7\,197\,120\ \text{J} =$$

$$= 7\,197\ \text{kJ} = \frac{7197}{3600}\ \text{kWh} = 2\ \text{kWh}$$

i razvija snagu:

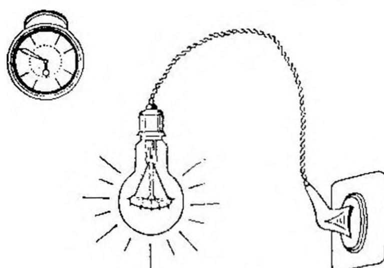
$$P = \frac{A}{t} = \frac{2\ \text{kWh}}{2\ \text{h}} = 1\ \text{kW}.$$

4 Žarulja snage 40 W i napona 220 V svijetli 4 sata. Koliki je električni rad (energiju) utrošila (sl. 18 – 1)?

$$A = P \cdot t = 40\ \text{W} \cdot 4\ \text{h} = 160\ \text{Wh} = 0{,}16\ \text{kWh}.$$

Snaga od 40 W odgovara 40 džula u sekundi. Ako tu snagu pomnožimo sa 4 sata ($4 \cdot 3\,600 = 14\,400$ sekundi), dobit ćemo rad od 0,16 kWh. Taj ćemo rad izvršiti ako 4 kg dignemo u visinu od 1 metra 14 400 puta.

5 Četrdesetvatna žarulja priključena je na mrežu 220 V i svijetli 3 sata. Koliku struju vuče, koliki joj je otpor i koliki je rad potreban (sl. 18–1)?



Slika 18-1

Žarulja zahtjeva struju

$$I = \frac{P}{U} = \frac{40\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 0{,}1818\ \text{A}.$$

Otpor žarulje iznosi:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U^2}{P} = \frac{48\,400\ \text{V}^2}{40\ \text{W}} = 1\,210\Omega.$$

Električki rad smo mogli odmah izračunati iz podataka vrijednosti žarulje:

$$A = P \cdot t = 40\ \text{W} \cdot 34 = 120\ \text{Wh} = 0{,}12\ \text{kWh}.$$

Izračunali smo struju i otpor da bismo mogli zbog kontrole koristiti druge formule za izračunavanje rada.

$$A = U \cdot I \cdot t = 220\ \text{V} \cdot 0{,}1818\ \text{A} \cdot 3\ \text{h} = 120\ \text{Wh}$$

ili

$$A = R \cdot I^2 \cdot t = 1\,210\,\Omega \cdot 0{,}1818^2\ \text{A}^2 \cdot 3\ \text{h} = 120\ \text{Wh}$$

ili napokon

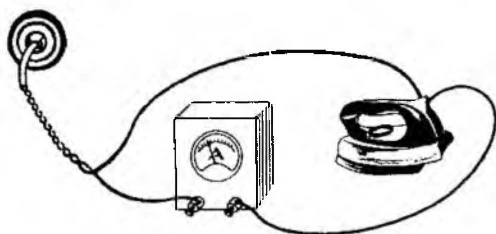
$$A = \frac{U^2}{R} t = \frac{48\,400\ \text{V}^2}{1\,210\,\Omega} \cdot 3\ \text{h} = 120\ \text{Wh}.$$

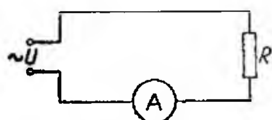
6 Električno glačalo za 220 V priključili smo na mrežu preko ampermetra da bismo mogli utvrditi nepoznatu snagu i rad pri 1,5 satnom glačanju. Ampermetar je pokazao 1,36 A (sl. 18–2).

Snaga je $P = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 1{,}36\ \text{A} = 300\ \text{W}$, a rad iznosi:

$$A = P \cdot t = U \cdot I \cdot t = 300\ \text{W} \cdot 1{,}5\ \text{h} = 450\ \text{Wh} = 0{,}45\ \text{kWh}.$$

Na shemi je sa R označen otpor trošila:





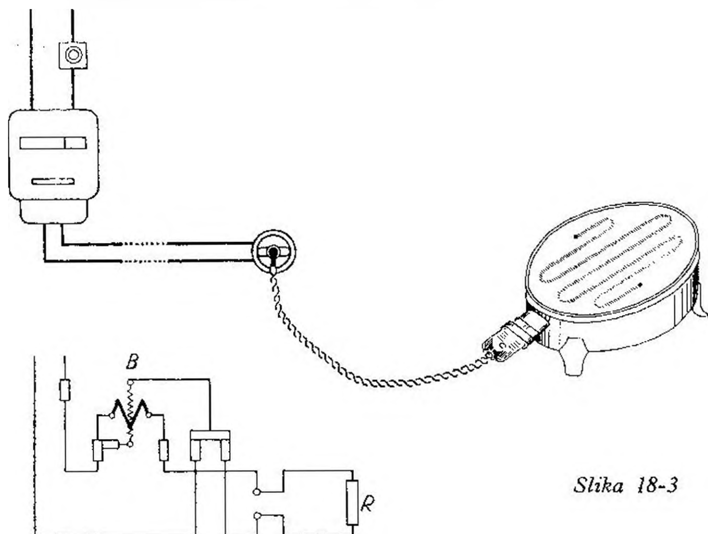
Slika 18-2

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220\,\text{V}}{1{,}36\,\text{A}} = 161{,}7\,\Omega.$$

Kontrola izračunanog rada:

$A = R \cdot I^2 \cdot t = 161{,}7\,\Omega \cdot 1{,}36^2\,\text{A}^2 \cdot 1{,}5\text{ h} = 300\text{ W} \cdot 1{,}5\text{ h} = 0{,}45\text{ kWh}.$

7 Treba ustanoviti snagu kuhala s pomoću električnog brojila, ako je kuhalo bilo spojeno na mrežu 0,5 sati (sl. 18–3)?



Slika 18-3

Električno brojilo pokazuje u crvenom okviru od desna nalijevo desetke i stotine vatsati. Kroz crno područje registriraju se jedinice, desetice, stotice i tisuće kilovatsati. (Ponekad se, neispravno govori o kilovatima).

U našem slučaju su se izmijenili brojevi u crvenom području od 10 na 35(350); to znači, da je za pola sata električno brojilo pokazalo potrošnju električnog rada od 250 Wh. Iz $A = P \cdot t$ slijedi snaga

$$P = \frac{A}{t} = \frac{250\,\text{Wh}}{0{,}5\,\text{h}} = 500\,\text{W}.$$

Kuhalo, dakle ima snagu od 500 W. (Posljednji valjak s brojevima u crvenom području koje pokazuje desetke vatsati ima svaku udaljenost brojeva podjeljenu na 10 dijelova, otprilike tako kao što je centimetar podeljen na milimetre. Svaka mala podjela bez oznake znači 1 Wh).

8 Usisač prašine bio je priključen kao trošilo R prema shemi sl. 18—3. Na električnom brojilu smo prije ukapčanja motora očitali broj 0764,15, a za pola sata smo očitali — nakon što smo motor isključili — broj 0764,25. Kolika je bila potrošnja; koliko ćemo platiti za električnu energiju („za struju") uz cijenu od 1 dinar za 1 kWh i koliku snagu ima motor usisača?

Izračunajmo diferenciju pokazivanja električnog brojila

$$\begin{array}{r} 0764{,}25\ \text{kWh} \\ -0764{,}15\ \text{kWh} \\ \hline 0000{,}10\ \text{kWh} \end{array}$$

tj. potrošnja iznosi 0,1 kWh.

Za 0,1 kWh moramo platiti $1\ \frac{\text{dinar}}{\text{kWh}} \cdot 0{,}10\ \text{kWh} = 0{,}1\,\text{dinar}$.

Snaga motora je:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{0{,}1\,\text{kWh}}{0{,}5\,\text{h}} = 0{,}2\,\text{kW} = 200\,\text{W}.$$

9 Na električnom brojilu (sl. 18—4) očitali smo dva podatka u toku jednog sata svijetljenja žarulje (220 V), ali kojoj ne znamo snagu. Treba odrediti snagu, struju i otpor žarulje! Podatak električnog brojila na završetku sata:

	0016,18 kWh
na početku sata:	0016,12 kWh
utrošena energija	0,06 kWh

Šest stotnina kWh znači potrošnju od 60 Wh.

Snaga žarulje iznosi:

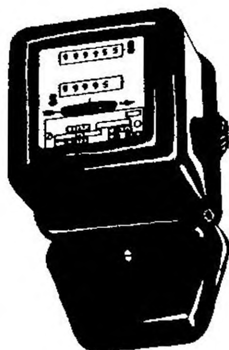
$$P = \frac{A}{t} = \frac{60\,\text{Wh}}{1\,\text{h}} = 60\,\text{W}.$$

Struja žarulje je:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60\,\text{W}}{220\,\text{V}} = 0{,}273\,\text{A}.$$

Otpor žarulje iznosi:

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{48\,400\ \text{V}^2}{60\ \text{W}} = 806{,}6\ \Omega$$



Slika 18-4

10 Treba odrediti nepoznatu snagu elektromotora s pomoću električnog brojila. Elektromotor je bio u pogonu 0,5 h. Pred ukapčanjem elektromotora bili su u prozorčićima električnog brojila ovi brojevi: 10347,30, a nakon zaustavljanja elektromotora, kada se izvršilo ponovo očitavanje električnog brojila, bili su u prozorčićima ovi brojevi: 10348,55.

Razlika tih dvaju podataka iznosi 1,250 kWh ili 1250 Wh. Prema formuli $A = P \cdot t$ slijedi snaga

$$P = \frac{A}{t} = \frac{1\,250\ \text{Wh}}{0{,}5\ \text{h}} = 2\,500\ \text{W}.$$

Snaga motora iznosi 2,5 kW.

11 Koliko ćemo platiti za električnu rasvjetu za jedan mjesec ako dnevno svijetlimo prosječno 5 sati žaruljom 40 W/220 V, ako za 1 kWh plaćamo 1 dinar.

Snaga žarulje P je 40 W. Žarulja troši za jedan mjesec (tj. za $t = 5\ \text{h} \cdot 30 = 150\ \text{h}$) energiju

$$A = P \cdot t = 40\ \text{W} \cdot 150\ \text{h} = 6\,000\ \text{Wh} = 6\ \text{kWh}.$$

Utrošenu energiju platit ćemo 6 kWh · 1 dinar/kWh = 6 dinara.

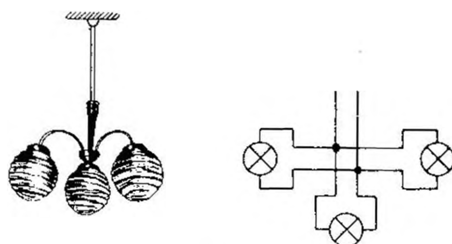
12 Električni luster ima tri paralelno spojene žarulje po 60 W, Koliko ćemo platiti za električnu energiju („za elektriku“ kako se pučki kaže) za jedan mjesec ako lusterom svijetlimo prosječno dnevno jedan sat (sl. 18—5)?

Ukupna snaga triju žarulja iznosi: $P = 3 \cdot 60\ \text{W} = 180\ \text{W}$. Ukupni električni rad za jedan mjesec (tj. za $t = 1\ \text{h} \cdot 30 = 30\ \text{h}$) iznosi:

$$A = P \cdot t = 180\ \text{W} \cdot 30\ \text{h} = 5\,400\ \text{Wh} = 5{,}4\ \text{kWh}.$$

Trošak električne energije je

$$5{,}4\ \text{kWh} \cdot 1\ \frac{\text{dinar}}{\text{kWh}} = 5{,}4\ \text{dinana.}$$



Slika 18-5

13 Radio-prijemnik, kojemu ne znamo snagu svira dnevno prosječno 2 sata. Koliko ćemo platiti električnu energiju za jedan mjesec?

Prije ukapčanja radio-prijemnika, pročitat ćemo stanje na brojilu, pa ako pustimo prijemnik da svira 1 sat, nakon iskapčanja ponovo ćemo zabilježiti stanje na brojilu.

Pretpostavimo da su podaci na brojilu bili ovi:

nakon iskapčanja:	0032,955 kWh
prije ukapčanja:	0032,910 „
Utrošeno:	0,045 kWh.

Prema tome utrošeno je 45 Wh. Snaga radio-prijemnika dakle iznosi:

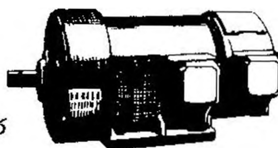
$$P = \frac{A}{t} = \frac{45\ \text{Wh}}{1\ \text{h}} = 45\ \text{W}.$$

Potrošnja energije za jedan mjesec (tj. za $t = 2\ \text{h} \cdot 30 = 60\ \text{h}$) iznosi:

$$A = P \cdot t = 45\ \text{W} \cdot 60\ \text{h} = 2\,700\ \text{Wh} = 2{,}7\ \text{kWh}.$$

Potrošak električne energije će biti 2,7 kWh · 1dinar/kWh = 2,7 dinara.

14 Račun za električnu energiju 5 kW-nog motora iznosio je 1440din. za jedan mjesec. Koliko je prosječno sati dnevno radio motor ako za 1 kWh plaćamo 1,20 dinara (sl. 18–6)?



Slika 18-6

Riješimo zadatak najprije općenito. Ako je cijena električne energije c, a potrošena je energija A, onda je potrošak (račun koji moramo platiti) $T = A \cdot c$. Utrošena energija je, kako znamo, $A = P \cdot t$. Ako to uvrstimo u izraz za potrošak T, dobit ćemo $T = P \cdot t \cdot c$. Odavde je

$$t = \frac{T}{P \cdot c}.$$

U našem primjeru je $T = 1440$ dinara, $P = 5$ kW, $c = 1{,}20$ dinara/kWh. Uvrštenjem ovih podataka u gornju jednadžbu, dobit ćemo

$$t = \frac{1440 \text{ dinara}}{5 \text{ kW} \cdot 1{,}20 \dfrac{\text{dinara}}{\text{kWh}}} = \frac{1440}{6} = 240 \text{ h}.$$

Motor je dakle bio uključen 240 sati mjesečno. Ako uzmemo da mjesec ima u prosjeku 30 dana, onda je motor bio prosječno svakog dana u pogonu 240 h/30 = 8 h.

15 Koliko sati možemo svijetliti 25 vatnom žaruljom za 1 dinar, tj. dok ne potroši energiju od 1 kWh?

Iz $A = P \cdot t$ slijedi

$$t = \frac{A}{P} = \frac{1\,000 \text{ Wh}}{25 \text{ W}} = 40 \text{ sati}.$$

25 vatnom žaruljom utrošit ćemo 1 kWh za 40 sati.

16 Koliko sati možemo kuhati električkim kuhalom snage 500 W za 1 dinara, tj. dok ne potrošimo 1 kWh?

$$t = \frac{A}{P} = \frac{1\,000 \text{ Wh}}{500 \text{ W}} = 2 \text{ sata}.$$

17 Koliko sati traje hlađenje električnim hladnjakom snage 300 W, dok ne potrošimo 1 kWh energije, tj. 1 dinar?

$$t = \frac{A}{P} = \frac{1\,000 \text{ Wh}}{300 \text{W}} = 3{,}33 \text{ sati} = 3 \text{ sata i } 20 \text{ minuta}.$$

18 Voltmetar je stalno priključen na mrežu 220 V. Njegovim unutrašnjim otporom (predotpor i otpor instrumenata) $R = 10\,000\,\Omega$ konstantno prolazi struja. Kolika je potrošnja električne energije u toku cijele godine (sl. 18—7)?



Slika 18-7

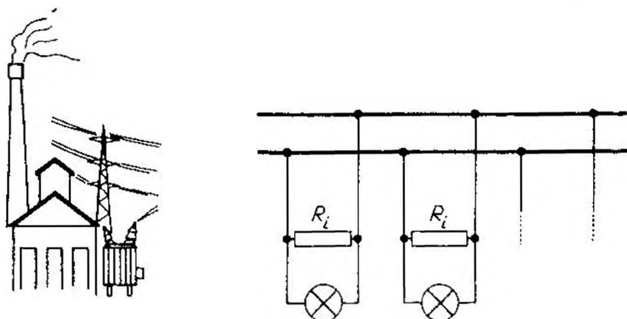
U voltmetru se gubi snaga

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{220^2 \text{ V}^2}{10\,000 \,\Omega} = \frac{48\,400 \text{ V}^2}{10\,000 \text{ V/A}} = 4{,}84 \text{ W}.$$

Izgubljena energija u godini dana iznosi:

$$A = P \cdot t = 4{,}84 \text{ W} \cdot 24 \text{ h} \cdot 365 = 4{,}84 \text{ h} \cdot 8\,760 \text{ h} = 42{,}4 \text{ kWh}.$$

19 Koliko kWh dnevno gubi elektrodistributivno poduzeće kroz izolacioni otpor kućnih instalacija ako napaja 30 000 trošila (sl. 18—8)? Izolacioni otpor (R_i) jednog trošila u ohmima (Ω) iznosi $1\,000 \cdot U$, tj. za $U = 220$ V je otpor $R_i = 1\,000\,\Omega \cdot 220 = 220\,000\,\Omega$.



Slika 18-8

Izolacioni otpor R_i je paralelno spojen na trošila i oduzima struju (odvodi) iz mreže. Pri velikom broju trošila udio odvodnih struja je znatan. Odvodna struja jednoga trošila (jedne instalacije) iznosi:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{220 \text{ V}}{220\,000\,\Omega} = 0{,}001 \text{ A}.$$

Ukupna odvodna (izolaciona) struja je:

$$I = 30\,000 \cdot 0{,}001 \text{ A} = 30 \text{ A}.$$

Dnevni gubitak električne energije (tj. za 24 h) uzrokovan otporom izolacije iznosi:

$$A = U \cdot I \cdot t = 220 \text{ V} \cdot 30 \text{ A} \cdot 24 \text{ h} = 158\,400 \text{ Wh} = 158{,}4 \text{ kWh}.$$

(Gubitak je velik, a ovisan je o broju trošila i veličini izolacionog otpora između vodiča i zemlje, odnosno žbuke).

20 U shemi električnog brojila, koja je prikazana crtežom 18—3, vidimo dva svitka. Porednim svitkom teče iz mreže 220 V relativno mala struja 5 mA, a teče i onda kada trošilo nije u pogonu. Koliko električne energije gubi dnevno distributivno poduzeće koje ima 30 000 trošila s brojilima?

Ukupna struja svih brojila (paralelnih svitaka) iznosi $I = 5\ \text{mA} \cdot 30\,000 = 150\ \text{A}$. Izgubljena snaga je:

$$P = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 150\ \text{A} = 33\,000\ \text{W} = 33\ \text{kW}.$$

Izgubljena energija u jednome danu je:

$$A = P \cdot t = 33\ \text{kW} \cdot 24\ \text{h} = 792\ \text{kWh}.$$

Gubitak je velik ali ga možemo smanjit ako se poveća otpor porednog svitka. Slični su gubici u svima transformatorima kojih su primarni namoti stalno priključeni na mrežu.

21 Na natpisnoj su pločici nekog brojila ovi podaci: 1 kWh = 3 000 okretaja, što znači da se disk okrene 3 000 puta prije nego što brojilo registrira 1 kWh. Nakon što smo ukopčali radio-prijemnik, aluminijumski disk učini 3 puna okretaja u jednoj minuti. Kolika je snaga radio-prijemnika?

3 000 okretaja odgovara radu 1 kWh;

3 okretaja odgovaraju radu koji je tisuću puta manji, tj. 0,001 kWh.

3 okretaja diska odgovaraju radu 0,001 kWh koji se troši u jednoj minuti, odnosno za 1/60 sata.

$$P = \frac{A}{t} = \frac{0{,}001\ \text{kWh}}{\frac{1}{60}\ \text{h}} = 0{,}06\ \text{kW} = 60\ \text{W}.$$

Zadaci

1. U stanu ima 6 žarulja. Dvije žarulje od 40 W svijetle 5 h na dan, daljnje dvije žarulje po 60 W svijetle 6 h na dan, a dvije od 15 W 4 h na dan. Koliko ćemo mjesečno platiti za rasvjetu, ako je tarifa 0,18 n.d. za 1 kWh?
2. Električni motor snage 5 kW za napon 110 V pokreće pilu. Energiju daje generator uz napon 120 V na udaljenosti 150 m od motora. Treba odrediti snagu generatora, presjek vodova i gubitak snage u vodičima (5,46 kW; 24 mm^2; 460 W).

19. Izračunavanje vučne sile, brzine vrtnje i zakretnog momenta iz snage

Pravila i formule

Ako sila F djeluje na putu s u toku vremena t, potrebna je snaga

$$P = \frac{F \cdot s}{t} \text{ ili } P = F \cdot v,$$

jer je $v = s/t$ brzina jednolikog gibanja. Obod remenice promjera d prođe u toku vremena t put $s = \pi\, dnt$, gdje je n brzina vrtnje remenice. Stoga je brzina oboda remenice

$$v = \frac{s}{t} = \pi\, dn.$$

Ako ovaj izraz uvrstimo u formulu za snagu $P = Fv$, dobit ćemo $(d = 2\,r)$

$$P = F \pi\, dn = F \cdot r \cdot 2\, \pi\, n.$$

Umnožak $F \cdot r$ je zakretni moment (sila $\times$ krak)

$$M = F \cdot r.$$

Uvrštenjem izraza za M u formulu za P dobit će se

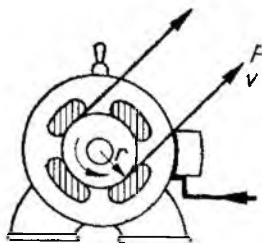
$$P = M \cdot 2\pi n; \quad M = \frac{P}{2\pi n}; \quad F = \frac{P}{\pi dn}.$$

Vježbe

1 Brzina vrtnje elektromotora je 1 450 okretaja u minuti, a snaga od 4 kW. Promjer remenice je 160 mm. Kolika je obodna brzina remenice i vučna sila motora na remenici (sl. 19—1)?

Obodna brzina remenice, dakle i brzina remena, iznosi:

$$v = \pi\, dn = 3{,}14 \cdot 0{,}16 \text{ m} \cdot 1\,450 \frac{1}{\text{min}}$$



Slika 19-1

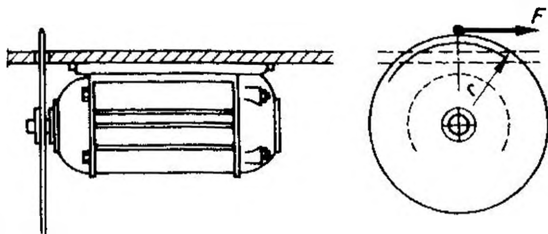
$$v = 3{,}14 \cdot 0{,}16\,\mathrm{m} \cdot 1\,450 \frac{1}{60\,\mathrm{s}} = 12{,}14\,\mathrm{m/s}.$$

Vučna sila motora iznosi:

$$F = \frac{P}{v} = \frac{4\,\mathrm{kW}}{12{,}14\,\mathrm{m/s}} = \frac{4\,000\,\mathrm{W}}{12{,}14\,\mathrm{m/s}} = 329\,\mathrm{N}.$$

Slovo N predstavlja kraticu jedinice sile newton (njutn) u Međunarodnom sistemu jedinica. Jedinica snage vat (W) i jedinica sile N povezane su jednadžbom W = Nm/s.

2 Cirkular ima motor snage 5 kW i brzine vrtnje $n = 1\,450$ okr/min. Kolika je rezna sila lista cirkulara, ako je njegov promjer 200 mm (sl. 19—2)?



Slika 19-2

$$F = \frac{P}{\pi\, dn} = \frac{5\,\mathrm{kW}}{3{,}14 \cdot 0{,}2\,\mathrm{m} \cdot 1\,450\ \mathrm{okr/min}} = \frac{5\,000\,\mathrm{W}}{0{,}628\,\mathrm{m} \cdot 1\,450\,\mathrm{okr/min}}$$

$$F = \frac{5\,000\,\mathrm{Nm/s}}{0{,}628\,\mathrm{m} \cdot 1450/(60\,\mathrm{s})} = 330\,\mathrm{N}$$

Što je manji (promjer) polumjer cirkulara, to je veća snaga uz zadanu reznu silu

3 Stroj za pranje rublja ima elektromotor snage 300 W sa $n = 1\,450$ okr/min Kolika je obodna sila na kraju kraka zvijezdastog mješala kad je krak dug $r = 7$ cm (sl. 19—3)?

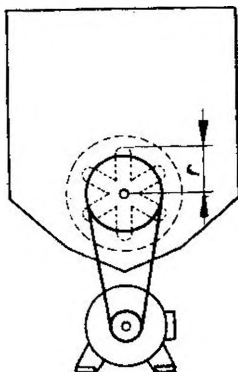
Zakretni moment mješala, odnosno motora iznosi $M = Fr = P : (2\pi\, n)$.

Odavde je

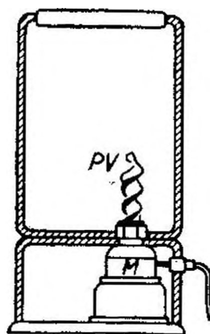
$$F = \frac{P}{2\pi r n} = \frac{300\ \text{W}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}07\ \text{m} \cdot (1450/60)\ \text{okr/s}}$$

$$F = \frac{300\ \text{Nm/s}}{6{,}28 \cdot 0{,}07\ \ \text{m} \cdot 24{,}2\ \text{okr/s}} = 28{,}2\ \ \text{N}$$

Sila kojom se miješa voda to je veća što je bliže njeno hvatište središtu zvijezdastog mješala ($F = M/r$).



Slika 19-3



Slika 19-4

4 U stroju za pranje rublja prema slici 19—4 vodu miješa porcelanski vijak *PV* kojeg pogoni motor snage 370 W s brzinom vrtnje n = 1 450 okr/min. Koliku obodnu silu proizvodi mješalo promjera 10 cm (sl. 19—4)?

Zakretni moment mješala (i motora) je:

$$M = \frac{P}{2\pi n} = \frac{370\ \ \text{W}}{2\pi \cdot 24{,}2\ \ \text{okr/s}} = 2{,}44\ \ \text{Nm}$$

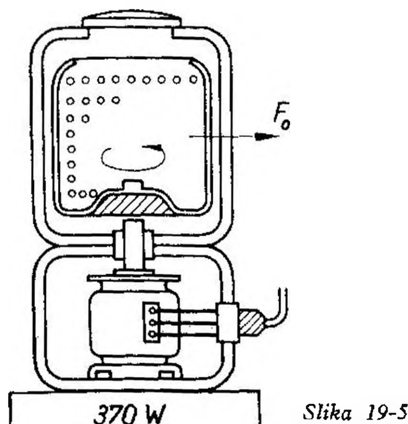
obodna sila je

$$F = \frac{M}{r} = \frac{2{,}44\ \ \text{Nm}}{5\ \ \text{cm}} = \frac{2{,}44\ \text{Nm}}{0{,}05\ \text{m}} = 48{,}8\ \ \text{N}$$

5 Centrifuga električnog stroja za pranje rublja ima motor snage 370 W i 24,2 okretaja u sekundi, koji dovodi u vrtnju rupičasti valjak promjera 350 mm. Centrifugiranjem rublje gubi vodu, koja ističe po unutarnjoj stijeni vanjskog valjka. Kolika je centrifugalna sila (sl. 19—5)?

Brzina vrtnje bubnja s rupicama iznosi:

$$v = \pi\, dn = 3{,}14 \cdot 0{,}350\ \ \text{m} \cdot 24{,}2\ \text{okr/s} = 26{,}8\ \ \text{m/s}.$$



Slika 19-5

Zamislimo da se u rublju na obodu bubnja (polumjer 175 mm) nalazi kapljica vode mase *m*. Na nju djeluje centrifugalna sila.

$$F_o = m\frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{(26{,}8\ \mathrm{m/s})^2}{0{,}175\ \mathrm{m}} = m \cdot 4\,050\ \mathrm{m/s^2}.$$

Na jedinicu mase vode djeluje centrifugalna sila

$$\frac{F_o}{m} = 4\,050\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} = 4\,050\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}.$$

Zadaci

1. Koliku vučnu silu F razvija motor snage $P = 15$ kW, ako je brzina vrtnje njegove remenice 20 m/s (750 N)?

2. S elektromotora snage 25 kW s remenicom, koje je promjer 50 cm, prenosi se snaga uz brzinu vrtnje 1 400 okr/min. Kolika je vučna sila remenice (683 N)?

20. Korisnost električnih uređaja

Pravila i formule

Korisnost je odnos privedene i korisne snage. Korisnost je razlomak u kojem je brojnik korisna snaga, a nazivnik privedena snaga. Privedena snaga P_p dovodi se do stroja, a korisna snaga P se od stroja odvodi. Korisnost η je dakle:

$$\eta = \frac{\text{korisna snaga}}{\text{privedena snaga}} = \frac{P}{P_p}.$$

Privedena snaga P_p je uvijek veća od korisne snage P za gubitke snage ΔP koji nastaju u stroju ili trošilu (sl. 20—1).

$$P_p = P + \Delta P.$$

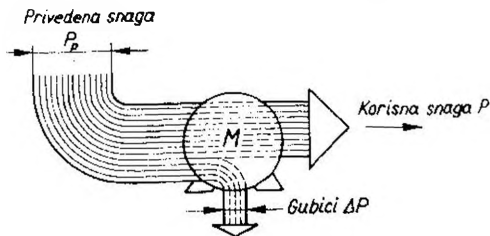
Korisnost je manja od 1, a može se izraziti decimalnim brojem ili postocima (%)

Korisnost je također odnos energije A_p koja se privodi stroju i energije (rada) A koju stroj daje. Odnos je jednak, kao kad su u brojniku i nazivniku snage

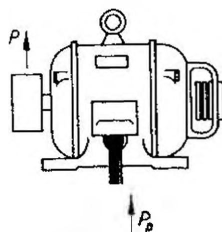
$$\eta = \frac{A}{A_p} = \frac{P \cdot t}{P_p \cdot t} = \frac{P}{P_p}.$$

Korisnost ćemo dobiti u procentima ako razlomak pomnožimo sa 100

$$\eta = \frac{P}{P_p} \cdot 100 \ \%.$$



Slika 20-1



Slika 20-2

Vježbe

1 Elektromotoru privodimo snagu $P_p = 5$ kW, a od njega dobivamo snagu $P = 3680$ W (= 5 KS). Kolika je korisnost i koliki su gubici (sl. 20–2)?

Korisnost iznosi:

$$\eta = \frac{P}{P_p} = \frac{3680\ \text{W}}{5000\ \text{W}} = 0{,}736.$$

Korisnost u % iznosi:

$$\eta = 0{,}736 = 0{,}736 \cdot 100\ \% = 73{,}6\%.$$

Gubici snage jednaki su razlici između privedene i korisne snage:

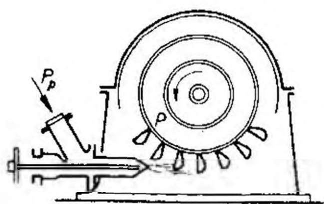
$$\Delta P = P_p - P = 5\,000\ \text{W} - 3\,680\ \text{W} = 1\,320\ \text{W}.$$

Gubitke možemo izraziti u % privedene snage:

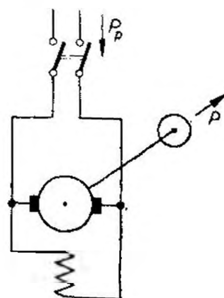
$$\frac{\Delta P}{P_p} = \frac{P_p - P}{P_p} = 1 - \eta = 100\ \% - 73{,}6\ \% = 26{,}4\%.$$

Gubici nastaju trenjem u ležajevima, trenjem ventilatora sa zrakom, u vodičima električne struje i u željezu elektromotora. Svi gubici pretvaraju se u toplinu koja zagrijava stroj.

2 Peltonovoj vodnoj turbini privodi se snaga protokom 40 litara vode u sekundi koja pada s visine 8 m. Koliku mehaničku snagu (u kW) daje turbina generatoru pri korisnosti $\eta = 70\%$ (sl. 20–3)?



Slika 20-3



Slika 20-4

Strujanje vode možemo zamisliti kao da 40 litara vode putuje brzinom 8 m/s. Masa te vode je $m = 40$ kg, pa je prema jednadžbi $P_p = F \cdot v$

$$P_p = 40\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3136\ \text{W}.$$

$$P_p = 3{,}14\ \text{kW}.$$

Snaga turbine je

$$P = \eta P_p = 0{,}7 \cdot 3{,}14\ \text{kW} = 2{,}2\ \text{kW}$$

3 Istosmjerni motor ima korisnost $\eta = 85\%$ i privedenu snagu 6 kW. Kolika je korisna snaga (u kW)? Koliki su gubici (sl. 20–4)?

Mehanička korisna snaga motora je:

$$P = \eta \cdot P_p = 0{,}85 \cdot 6\ \text{kW} = 5{,}10\ \text{kW}.$$

Gubici iznose:

$$\Delta P = P_p - P = 6\ \text{kW} - 5{,}1\ \text{kW} = 0{,}9\ \text{kW} = 900\ \text{W}.$$

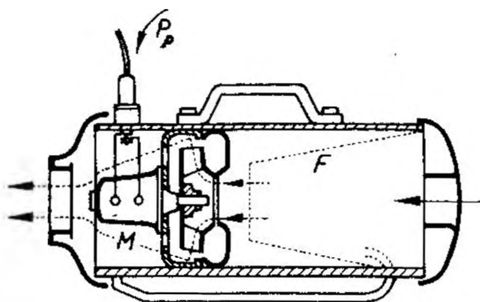
$$\frac{\Delta P}{P_p} = 100\ \% - 85\ \% = 15\ \%.$$

Korisnost 85% na primjer, znači: Ako je motor potrošio 100 kWh, 85 kWh se potrošilo na koristan mehanički rad, a 15 kWh energije se pretvorilo u beskorisnu toplinu.

4 Usisač za prašinu ima elektromotor kojem se privodi 250 W, a korisnost mu je 70%. Kolika mu je korisna snaga (u W)?

Iz $\eta = P/P_p$ slijedi da je

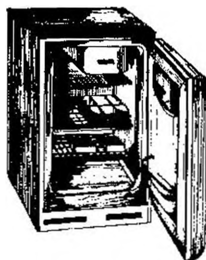
$$P = \eta P_p = 0{,}70 \cdot 250\ \text{W} = 175\ \text{W}.$$

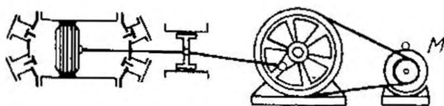


Slika 20-5

Ventilator *V* motora *M* vrši mehanički rad potreban da se usisava zrak koji prolazi filtrom *F*. Filtrirani zrak izlazi napolje (sl. 20–5). Za usisavanje i istiskivanje zraka potrebna je snaga *P*.

5 Elektromotoru za kompresioni hladnjak neznamo snagu. 1/4 sata nakon što su hladnjak i motor bili u pogonu, na električnom brojilu očitali smo 1825,432 kWh, a staro stanje je iznosilo 1825,335 kWh. Treba odrediti privedenu snagu i korisnost motora, ako kompresor zahtijeva privedenu snagu 300 W. (sl. 20 – 6).





Slika 20-6

Električki rad motora za četvrtinu sata iznosi:

$$\begin{array}{r} 1825{,}432 \text{ kWh} \\ -\,1825{,}335 \text{ kWh} \\ \hline 0{,}097 \text{ kWh} \end{array}$$, tj. 97 Wh

Privedena snaga motoru

$$P_p = \frac{A}{t} = \frac{97 \text{ Wh}}{\frac{1}{4} \text{ h}} = 388 \text{ W}.$$

Snaga privedena kompresoru iznosi 300 W.

Korisnost elektromotora je

$$\eta = \frac{P}{P_p} = \frac{300 \text{ W}}{400 \text{ W}} = 0{,}78 = 78\%.$$

6 Dinamo s korisnošću $\eta_d = 80\%$ pogoni indukcijski motor kojemu je korisnost $\eta_m = 85\%$. Kolika je korisna snaga dinama ako smo električkim brojilom utvrdili da je privedena snaga motora $P_{pm} = 5{,}2$ kW (sl. 20 – 7).

Iz $\eta_m = P_m / P_{pm}$ dobivamo snagu motora

$$P_m = \eta_m \cdot P_{pm} = 0{,}85 \cdot 5{,}2 \text{ kW} = 4{,}42 \text{ kW}.$$

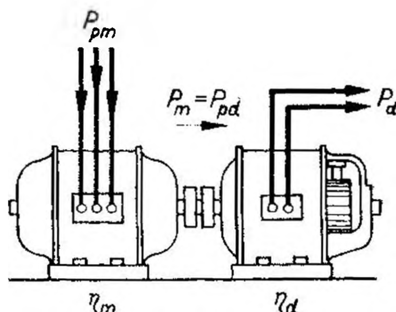
Snaga motora jednaka je privedenoj snazi dinama P_{pd}, tj. $P_m = P_{pd}$, a korisnost dinama $\eta_d = P_d / P_{pd}$. Snaga dinama iznosi

$$P_d = \eta_d \cdot P_{pd} = 0{,}80 \cdot 4{,}42 \text{ kW} = 3{,}536 \text{ kW}.$$

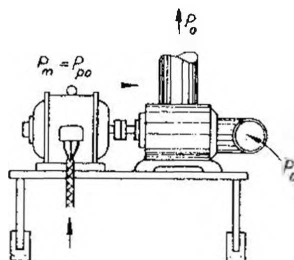
Drugo rješenje: Agregat kao cjelina ima korisnost koja je jednaka umnošku korisnosti pojedinih strojeva:

$$\eta = \eta_m \cdot \eta_p = 0{,}85 \cdot 0{,}80 = 0{,}68.$$

Snaga agregata = korisnost agregata × privedena snaga agregata, tj. $P = \eta \cdot P_p = 0{,}68 \cdot 5{,}2\ \text{kW} = 3{,}536\ \text{kW}$.



Slika 20-7



Slika 20-8

7 Ekshaustor za piljevinu pogoni elektromotor kojemu privedena snaga iznosi 5 kW, a korisnost $\eta_m = 0{,}87$. Koliku mehaničku snagu (u W) ima ekshaustor s korisnošću $\eta_o = 0{,}70$? (sl. 20–8).

Korisna snaga motora iznosi

$$P_m = \eta_m \cdot P_{pm} = 0{,}87 \cdot 5\ \text{kW} = 4{,}35\ \text{kW}.$$

Mehanička snaga ekshaustora je

$$P_o = \eta_o \cdot P_m = 0{,}70 \cdot 4{,}35\ \text{kW} = 3{,}045\ \text{kW}.$$

8 Na Francisovu turbinu s korisnošću $\eta_T = 0{,}75$ u maloj elektrani dotiče 200 litara vode za sekundu s visine 2,10 metara. Kolika je snaga generatora s korisnošću $\eta_G = 0{,}85$, koji je vezan na turbinu pomoću zupčanika korisnosti $\eta_o = 0{,}90$? (sl. 20–9).

Privedena snaga turbini iznosi

$$P_{pT} = 200\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2{,}10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 4116\,\text{W} = 4{,}12\,\text{kW}.$$

Snaga turbine iznosi

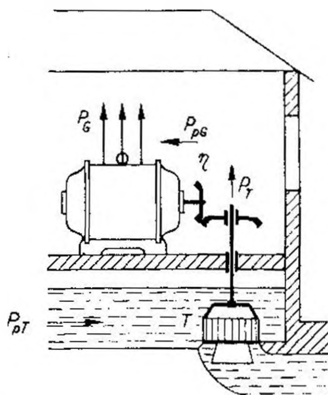
$$P_T = \eta_T \cdot P_{pT} = 0{,}75 \cdot 4{,}12\,\text{kW} = 3{,}09\,\text{kW}.$$

Nakon zupčanog prijenosa raspoloživa je snaga

$$P_o = \eta_o \cdot P_T = 0{,}9 \cdot 3{,}09\,\text{kW} = 2{,}78\,\text{kW},$$

dok je snaga generatora

$$P_G = \eta_G \cdot P_o = 0{,}85 \cdot 2{,}78\,\text{kW} = 2{,}36\,\text{kW}.$$



Slika 20-9

Drugo rješenje: Korisnost čitavog turbogeneratora, uzimajući u obzir sve gubitke, iznosi:

$$\eta = \eta_T \cdot \eta_o \cdot \eta_G = 0{,}75 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}9 = 0{,}574.$$

Korisna snaga turbogeneratora je

$$P = \eta \cdot P_{pT} = 0{,}574 \cdot 4{,}12\,\text{kW} = 2{,}36\,\text{kW}$$

9 Hidroelektrana dobiva 20 000 m^3 vode za jedan sat uz pad 10 m. Hidrogenerator G korisnosti $\eta_g = 0{,}95$ tjeran je Kaplanovom turbinom T korisnosti $\eta_T = 85\%$. Kolika je snaga generatora? (sl. 20–10).

Privedena snaga turbine iznosi

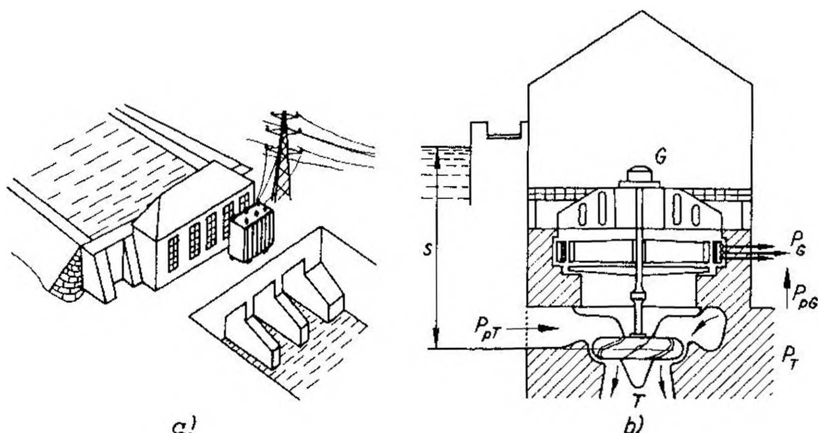
$$P_{pT} = 20 \cdot 10^6\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\,\text{m} \cdot \frac{1}{3600\,\text{s}} = 544\,\text{kW}.$$

Korisna snaga turbine je

$$P_T = \eta_T \cdot P_{pT} = 0{,}85 \cdot 544 \text{ kW} = 462 \text{ kW},$$

a snaga na stezaljkama generatora

$$P_G = \eta_G \cdot P_{pG} = 0{,}95 \cdot 462 \text{ kW} = 438{,}9 \text{ kW}.$$



Slika 20-10

Drugo rješenje: Čitav agregat (turbina i generator) ima korisnost $\eta = \eta_T \cdot \eta_T = 0{,}85 \cdot 0{,}95 = 0{,}808$, pa je dakle njegova snaga $P_G = \eta \cdot P_{pT} = 0{,}808 \cdot 544 \text{ kW} = 440 \text{ kW}$.

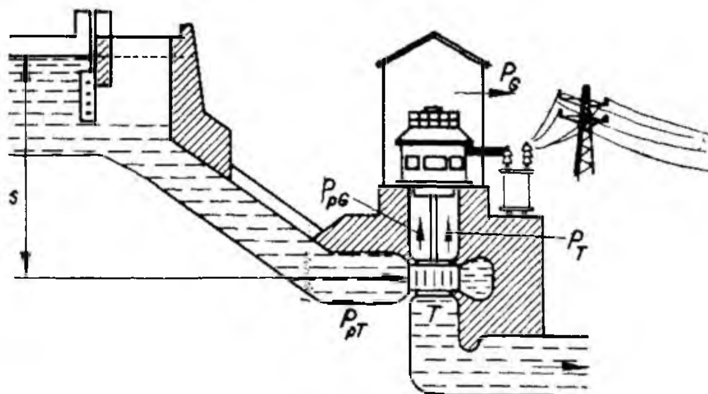
10 U nekoj hidroelektrani agregat sastoji se od turbine T koje je korisnost $\eta_T = 80\%$ i generatora G s korisnošću $\eta_G = 90\%$. U turbinu ulazi voda s protokom $Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$ s visine $h = 25$ m.

Kolika je snaga i koliko električne energije (u kWh) proizvede generator tokom jedne godine? (sl. 20—11).

Korisnost agregata iznosi $\eta = \eta_T \cdot \eta_G = 0{,}80 \cdot 0{,}90 = 0{,}72$. Privedena snaga jednog generatora (snaga vode) je

$$P_{pT} = gQh = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 3\,000 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} 25 \text{ m} = 736\,000 \text{ W},$$

tj. $P_{pT} = 736$ kW. U ovom računu $g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$ je ubrzanje sile teže, a $Q = 3\,000 \text{ m}^3/\text{s}$ volumena protoka. Raspoloživa snaga agregata, tj. snaga na stezaljkama generatora iznosi



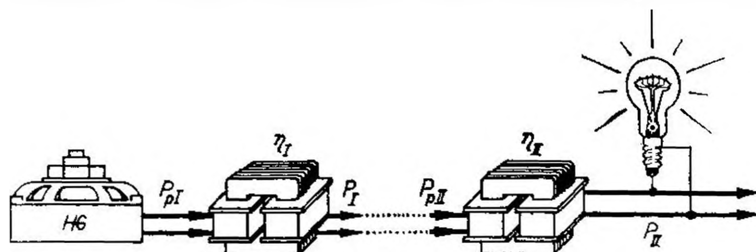
Slika 20-11

$$P_G = \eta \cdot P_{pT} = 0{,}72 \cdot 736 \text{ kW} \approx 530 \text{ kW}.$$

Proizvodnja električne energije uz predpostavku da agregat djeluje neprekidno godinu dana

$$A = P \cdot t = 530 \text{ kW} \cdot 365 \cdot 24 \text{ h} = 4\,642\,800 \text{ kWh}.$$

11 Hidrogenerator *HG* šalje preko uzlaznog transformatora u dalekovod 550 kW. Korisnost tog transformatora je $\eta_I = 98\%$, a korisnost drugog transformatora koji snizuje napon za potrošače iznosi $\eta_{II} = 97\%$. Kolika je korisnost cjelokupne transformacije i kolika je razlika između snage generatora i snage na izlaznim stezaljkama drugog transformatora (privedenom snagom mreži)? (sl. 20 – 12).



Slika 20-12

Ukupna korisnost transformacije, bez uzimanja u obzir gubitaka u dalekovodu, iznosi:

$$\eta = 0{,}98 \cdot 0{,}97 = 0{,}95 = 95\%.$$

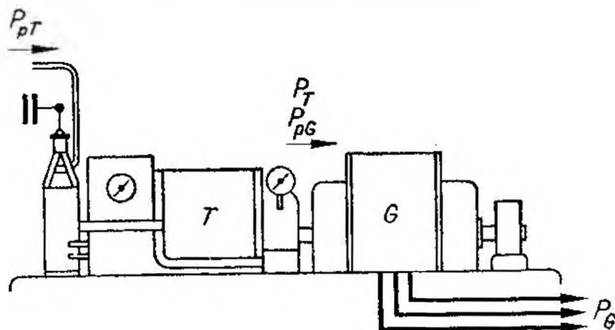
Korisna snaga drugog transformatora, odnosno snaga privedena trošilima, iznosi:

$$P_{II} = \eta \cdot P_{p2} = 0{,}95 \cdot 550 \text{ kW} = 522{,}5 \text{ kW}.$$

Razlika snaga generatora i drugog transformatora, tj. gubici u transformatorima su:

$$550 \text{ kW} - 522{,}5 \text{ kW} = 27{,}5 \text{ kW}.$$

12 Turbogenerator termoelektrane treba godišnje dati 43,8 megavatsati električne energije (sl. 20—13). Koliku mora snagu imati generator G s korisnošću $\eta_G = 90\%$ i koliku privedenu snagu pare (u KS) mora imati parna turbina T s korisnošću $\eta_T = 25\ \%$ da bi se plan ispunio?



Slika 20-13

Snaga generatora je (GWh = 10^9 Wh = 10^6 kWh)

$$P_G = \frac{A}{t} = \frac{43\,800\,000 \text{ kWh}}{365 \cdot 24 \text{ h}} = \frac{43\,800\,000 \text{ kWh}}{876 \text{ h}} = 5\,000 \text{ kW}.$$

Za tu snagu treba privedena snaga generatora iznositi

$$P_{pG} = \frac{P_G}{G} = \frac{5\,000 \text{ kW}}{0{,}90} = 5\,555 \text{ kW}.$$

Izračunata privedena snaga generatora istodobno je snaga parne turbine $P_{pG} = P_T$. Iz snage turbine izračunamo njoj privedenu snagu koja iznosi

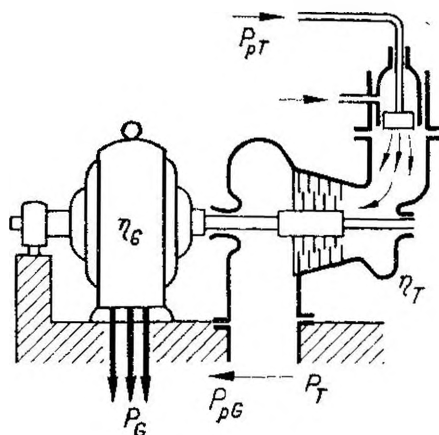
$$P_{pT} = \frac{P_T}{\eta_T} = \frac{5555}{0{,}25} = 22\,220 \text{ kW} = 22{,}22 \text{ MW}.$$

Budući da je kW = 1,36 KS, privedena snaga turbogeneratora iznosi $P_{pT} = 22\,220 \text{ kW} \cdot 1{,}36 = 30\,219$ KS.

13 Turbogenerator ima snagu $P_G = 800$ kW. Kolika mora biti privedena snaga ako je korisnost generatora $\eta_G = 90\ \%$, a plinske turbine $\eta_T = 25\%$ (sl. 20—14)?

Privedena snaga generatora P_{pG} jednaka je snazi plinske turbine P_T, tj. $P_{pG} = P_T$

$$P_{pG} = \frac{P_G}{\eta_G} = \frac{800 \text{ kW}}{0{,}90} = 889 \text{ kW} = P_T.$$

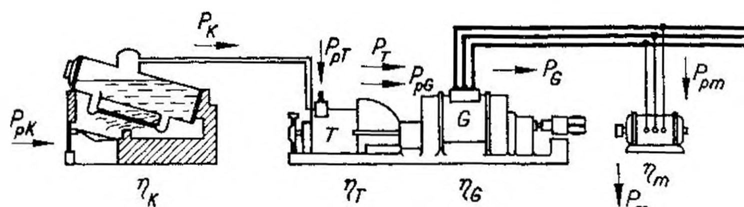


Slika 20-14

Privedena snaga plinske turbine iznosi

$$P_{pT} = \frac{P_T}{\eta_T} = \frac{889}{0{,}25} = 3\,556 \text{ kW}.$$

14 Elektromotori u nekoj radionici imaju odraditi za smjenu (8 sati) rad od 40 000 kWh. Koliko tona crnog ugljena je potrebno za proizvodnju električne radnje u mjesnoj elektrani? Korisnost kotla je $\eta_k = 80\,\%$, parne turbine $\eta_T = 25\,\%$, generatora $\eta_G = 96\,\%$, a svih motora $\eta_m = 80\%$. Toplinska moć ugljena je 5 000 kcal/kg (sl. 20—15).



Slika 20-15

Motori imaju snagu

$$P_m = \frac{A}{t} = \frac{40\,000\,\text{kWh}}{8\,\text{h}} = 5\,000\,\text{kW}.$$

Privedena snaga motora pri toj snazi iznosi:

$$P_{pm} = \frac{P_m}{\eta m} = \frac{5\,000\,\text{kW}}{0{,}80} = 6\,250\,\text{kW}.$$

Privedena snaga motora jednaka je snazi generatora, a ova iznosi

$$P_{pG} = \frac{P_{pm}}{\eta_G} = \frac{P_G}{\eta_G} = \frac{6\,250\,\text{kW}}{0{,}95} = 6\,578\,\text{kW}.$$

Privedena snaga generatora P_{pG} jednaka je snazi parne turbine P_T, koja iznosi

$$P_{pT} = \frac{P_{pG}}{\eta_T} = \frac{P_T}{\eta_T} = \frac{6\,578\,\text{kW}}{0{,}25} = 26\,312\,\text{kW}.$$

Privedena snaga turbine P_{pT} jednaka je snazi parnog kotla P_k:

$$P_{pk} = \frac{P_{pT}}{\eta_k} = \frac{P_k}{\eta_k} = \frac{26\,312\,\text{kW}}{0{,}80} = 32\,890\,\text{kW}.$$

Rad izvršen pri posluživanju kotla za smjenu (8 sati) je

$$A = P_{pk} \cdot t = 32\,890\ \text{kW} \cdot 8\text{h} = 263\,120\ \text{kWh}.$$

Budući da je kalorička moć ugljena $H = 5{,}8\,\text{kWh/kg}$, u jednoj smjeni potrebno je ugljene mase

$$m = \frac{A}{H} = \frac{263\,120\,\text{kWh}}{5{,}8\,\text{kWh/kg}}$$

$$m = 45\,200\,\text{kg} = 45{,}2\,\text{t}.$$

Zadatak možemo riješiti i tako da najprije izračunamo korisnost čitavog postrojenja:

$$\eta = \eta_k \cdot \eta_T \cdot \eta_G \cdot \eta_m = 0{,}80 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}80 = 0{,}152.$$

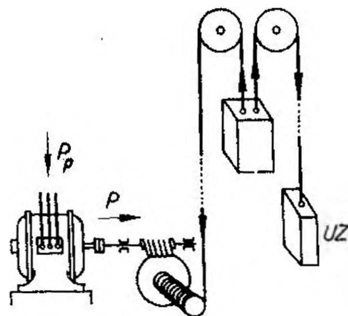
Privedena snaga čitavog postrojenja P_{pk} jednaka je snazi čitavog postrojenja P_m podijeljenoj s korisnosti postrojenja

$$P_{pk} = \frac{P_m}{\eta} = \frac{5\,000\ \text{kW}}{0{,}1520} = 32\,894\ \text{kW}.$$

Daljnji račun isti je kao i ranije.

15 Kakav ćemo elektromotor izabrati za osobno dizalo (lift) koji mora podići kabinu mase 500 kg do VI kata (25 m) za 20 sekundi? Motor ima korisnost $\eta_m = 90$ %, dok je korisnost prijenosa $\eta_p = 65$ % (sl. 20–16).

Osobno dizalo ima, kako je to iz slike 20–16 vidljivo uteg *UZ* koji drži ravnotežu težini kabine. Motor mora pokriti vlastite gubitke, dalje gubitke u prijenosnom uređaju (zupčanik te uže) i gubitke na koloturama (ove ćemo u računu zanemariti). Pri opterećenom dizalu motor diže teret; tada on mora razviti snagu koju valja izračunati.



Slika 20-16

Težina kabine *G* jednaka je umnošku njene mase i ubrzanja sile teže

$$G = mg = 500 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 = 4\,910 \text{ N},$$

gdje je N = njutn (newton) = kgm/s². Motor mora dati mehaničku snagu

$$P = Gv = G\frac{s}{t} = 4\,912 \text{ N} \frac{25 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 6\,140 \text{ W}.$$

Ukupna korisnost je $\eta = \eta_m \eta_s = 0{,}90 \cdot 0{,}65 = 0{,}585$, pa je privedena snaga motora

$$P_p = P/\eta = 6{,}14 \text{ kW}/0{,}585 = 10{,}5 \text{ kW}.$$

16 Koliku struju zahtijeva jednofazni motor napona 220 V kad se dizalo mase 100 kg kreće brzinom 1,5 m/s? Korisnost motora je $\eta_m = 80\%$, dizala $\eta_p = 70\%$.

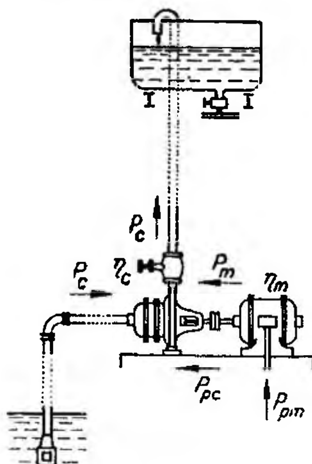
$$P = m \cdot g \cdot v = 100 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}47 \text{ kW}.$$

Privedena snaga motora je

$$P_p = \frac{P}{\eta} = \frac{P}{\eta_m \cdot \eta_d} = \frac{1{,}47 \text{ kW}}{0{,}8 \cdot 0{,}6} = 3{,}06 \text{ kW}.$$

Struja iznosi $I = P_p/U = 3\,060 \text{ W}/220 \text{ V} = 13{,}9$ A.

17 Centrifugalna crpka ispumpa 20 litara vode za sekundu iz dubine 10 m do visine 20 m. Koliku privedenu snagu mora da ima elektromotor korisnosti $\eta_m = 85\%$ ako korisnost crpke iznosi $\eta_c = 70\%$? Za koliko se vremena napuni rezervoar koji može primiti 2 m³ vode? (sl. 20—17).



Slika 20-17

Potrebna snaga crpke iznosi

$$P_c = \frac{m \cdot g}{t} \cdot h = \frac{20\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2}{1\ \text{s}} \cdot 30\ \text{m} = 5\,880\ \text{W} = 5{,}88\ \text{kW}.$$

Privedena snaga P_{pc} crpke jednaka je snazi P_m motora

$$P_{pc} = P_m = \frac{P_c}{\eta_c} = \frac{5{,}88\ \text{kW}}{0{,}7} = 8{,}4\ \text{kW}.$$

Privedena snaga motora iznosi $P_{pm} = P_m/\eta_m = 8{,}4\ \text{kW}/0{,}85 = 9{,}85\ \text{kW}$.

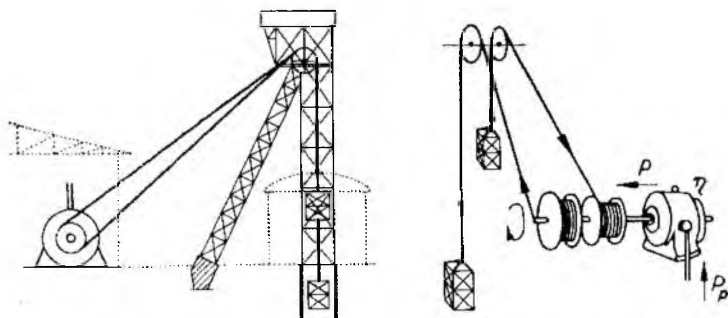
Rezervoar se napuni za vrijeme

$$t = \frac{2\,000\ \text{l}}{20\ \text{l/s}} = 100\ \text{s} = 1^2/_3\ \text{minute}.$$

18 Izvozni stroj s dvije košare izvuče za 8 sati 800 tona ugljena iz dubine 400 m. Elektromotor tog dizala ima korisnost $\eta_m = 85\%$, bubnjevi na koje se namata užad zajedno s koloturama na vrhu rudarskog tornja imaju korisnost $\eta_b = 55\%$. Kolika je privedena snaga motora i koliko električne energije potroši motor u jednoj smjeni? (sl. 20—18).

Mehanički rad izvoznog stroja za 8 sati je

$$A = mgh = 800\,000\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ 400\ \text{m} = 3{,}14 \cdot 10^9\ \text{J},$$



Slika 20-18

odnosno u kWh (kWh = $3{,}6 \cdot 10^6$ J) $A = 3{,}14 \cdot 10^9$ kWh/$3{,}6 \cdot 10^6$ = 871 kWh. Snaga iznosi:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{871 \text{ kWh}}{8 \text{ h}} = 109 \text{ kW}.$$

Budući da je ukupna korisnost $\eta = 0{,}85 \cdot 0{,}55 = 0{,}47$, to je privedena snaga elektromotora

$$P_p = P/\eta = 109 \text{ kW}/0{,}47 = 232 \text{ kW}.$$

Stoga je potrošnja električke energije motora rudarskog izvoznog postrojenja u jednoj smjeni

$$P_p \cdot t = 232 \text{ kW} \cdot 8 \text{ h} = 1\,856 \text{ kWh}.$$

19 Kolika je privedena snaga i snaga trošila koje je spojeno na izvor električne energije aluminijskim dvožičnim vodom presjeka 6 mm², duljine 500 m ako je privedena snaga na početku voda $P'_1 = 1$ kW uz napon od 120 V? Korisnost trošila je 85%.

$$I = \frac{P'_1}{U_1} = \frac{10^3}{1{,}2 \cdot 10^2} = 8{,}33 \text{ A},$$

$$R_v = \frac{2\rho l}{S} = \frac{2 \cdot 0{,}033 \cdot 500}{6} = 5{,}5\ \Omega,$$

$$\Delta P = R_v I^2 = 5{,}5 \cdot 8{,}33^2 = 5{,}5 \cdot 69{,}39 = 382 \text{ W},$$

$$P_1 = P'_1 - \Delta P = 1000 - 382 = 618 \text{ W};$$

$$P_2 = P_1 \eta = 618 \cdot 0{,}85 = 525 \text{ W}.$$

Zadaci

1. Kolika mora biti srednja privedena snaga motora dizala koje uz ukupnu korisnost od 55% mora podići teret mase od 400 kg za 15 sekundi na visinu 8 m (8,5 kW)?

2. Koliku privedenu srednju snagu mora imati elektromotor građevinskog dizala za dizanje opeke da za 8 sati dopremi 2 vagona opeke (20 000 kg do) visine 15 m, ako je korisnost čitavog postrojenja $\eta = 50\%$ (0,2 kW)?

IZRAČUNAVANJE ELEKTRIČNOG GRIJANJA

21. Električno grijanje

Pravila i formule

Kada struja prolazi omskim otporom, električna energija u cijelosti se pretvara u toplinu. To znači da su toplina Q i električna energija jednake

$$Q = W = UIt = RI^2 t = \frac{U^2}{R} t.$$

Dovedena toplina Q podiže temperaturu tijela od ϑ_1 na ϑ_2. Proračun se obavlja s pomoću jednadžbe

$$Q = mc(\vartheta_2 - \vartheta_1),$$

gdje je m masa tvari, a c specifična toplina. Vrijednosti specifične topline nekih tvari navedene su u tablici 4 na strani 203.

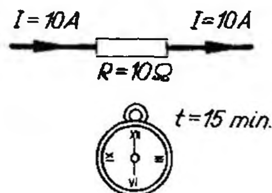
Pri ovim izračunavanjima poželjno je da se znaju odnosi između nekih jedinica energije (topline):

$$\text{kWh} = 3\,600 \text{ kJ}; \text{ kJ} = 1\,000 \text{ J} = 1\,000 \text{ Ws}$$
$$\text{kcal} = 4{,}1868 \text{ kJ}; \text{ kWh} = 860 \text{ kcal}$$

(kcal je stara jedinica za topl. energiju).

Vježbe

1 Kolika se toplina razvija za 1 sekundu, a koliko za 15 minuta na otporniku $R = 10\,\Omega$ kada njime teče struja $I = 10$ A (sl. 21—1)? Kolika je pri tom snaga?



Slika 21-1

U toku vremena $t = 1$ s razvija se toplina

$$Q = RI^2t = 10\,\Omega \cdot 10^2\,\text{A}^2 \cdot 1\,\text{s} = 1\,000\,\Omega\,\text{A}^2\text{s} = 1\,000\,\text{J}.$$

Pri tom snaga (toplinska snaga) iznosi

$$P = Q/t = RI^2 = 10\,\Omega \cdot 100\,\text{A}^2 = 1\,000\,\text{W}.$$

U toku vremena $t = 15$ minuta u otporniku se razvije toplina

$$Q = Pt = 1\,000\,\text{W} \cdot 15\,\text{min} = 1\,\text{kW} \cdot 15 \cdot 60\,\text{s} = 900\,\text{kJ}.$$

U ovim računima primijetili smo odnose među jedinicama J = Ws; W = Ω A^2 (jer je W = VA = Ω AA = Ω A^2).

Izračunatu toplinu Q možemo izraziti i starim jedinicama, npr. kilokalorijama (kcal). Budući da je kcal = 4,1868 kJ, za primjer sa $t = 15$ min dobit ćemo (kJ = kcal/4,1868)

$$Q = 900\,\text{kJ} = 900\,\text{kcal}/4{,}1868 = 215\,\text{kcal}.$$

2 Koliku toplinu proizvede 40 vatna žarulja u toku jednog sata?

$$Q = Pt = 40\,\text{W} \cdot 1\,\text{h} = 40\,\text{Wh} = 40 \cdot 3\,600\,\text{Ws} = 144\,\text{kJ}.$$

3 Električka peć snage 3×500 W zagrijava okolinu 2 sata. Koliku je količinu topline (u kilokalorijama) proizvela?

$$Q = Pt = 1\,500\,\text{W} \cdot 2 \cdot 3\,600\,\text{s} = 0{,}8\,\text{MJ}.$$

MJ znači megadžul = 10^6 J = 1 000 kJ.

4 Na električnom kuhalu snage 500 W grije se 1 litra vode od temperature 14°C do vrelišta (100°C). Koliko topline treba privesti vodi (sl. 21–2)?



Slika 21-2

Masa 1 litre vode je $m = 1$ kg, jer je gustoća vode 1 kg/dm³. Iz tablice 4 na str. 203 možemo saznati da je specifična toplina vode $c = 4{,}1868$ kJ/kg°C (= 1 kcal/kg°C). Vodi treba dovesti toplinu

$$Q = mc\,(\vartheta_2 - \vartheta_1) = 1\ \text{kg} \cdot 4{,}1868\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg °C}}\,(100°\text{C} - 14°\text{C}) = 360\ \text{kJ} = 0{,}1\ \text{kWh}.$$

Nismo uzeli u obzir gubitke u kuhalu. Pri korisnosti kuhala $\eta = 75\%$ trebamo veću privedenu energiju.

$$Q_p = \frac{Q}{\eta} = \frac{360\ \text{kJ}}{0{,}75} = 480\ \text{kJ} = 0{,}133\ \text{kWh}.$$

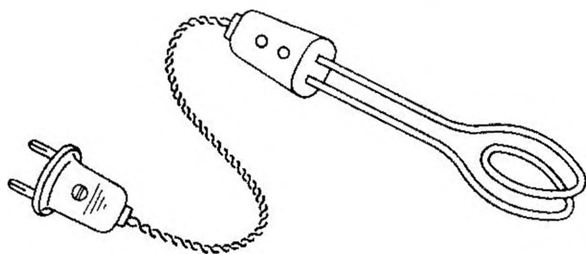
5 Podatak iz predašnjeg primjera koristit ćemo za izračunavanje vremena za koje je potrebno da se zagrije 1 litra vode do vrelišta.

Za $Q_p = Pt$ uvrstimo toplinu potrebnu pri korisnosti 75%, slijedi

$$t = \frac{Q_p}{P} = \frac{480\ \text{kJ}}{500\ \text{W}} = 960\ \text{s}.$$

Voda zakipi za $t = 16$ minuta.

6 Zagrijač vode prema slici 21–3 ima spiralu s otporom 110 Ω i zagrijava strujom 2 A jednu litru vode od 20° do vrelišta (100°C). Koliko dugo traje zagrijavanje vode pri korisnosti zagrijača $\eta = 95\%$?



Slika 21-3

Budući da je gustoća vode 1 kg/dm³, to 1 litra (= dm³) vode ima masu $m = 1$ kg. Da bi se vodu zagrijalo od $\vartheta_1 = 20°\text{C}$ na $\vartheta_2 = 100°\text{C}$, vodi treba dovesti toplinu $Q = mc\,(\vartheta_2 - \vartheta_1)$. U zagrijaču treba proizvesti energiju $W = Q/\eta$, jer zbog $\eta = 0{,}95$ nastaju gubici (ne troši se sva toplina na zagrijavanje vode, već se 5% gubi. Budući da je $W = I^2Rt = Q/\eta = mc\,(\vartheta_2 - \vartheta_1)/\eta$, slijedi da je izraz za trajanje zagrijavanja

$$t = \frac{mc\,(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{\eta I^2 R}$$

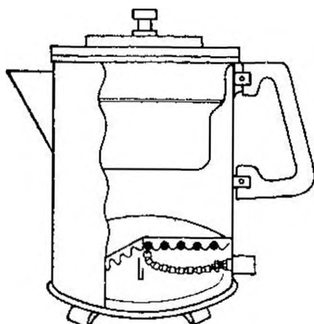
Uvrštenjem vrijednosti za pojedine veličine dobit ćemo (za vodu je približno $c = 4{,}187$ kJ/kg°C):

$$t = \frac{1\,\text{kg} \cdot 4{,}187\,\text{kg}\,\frac{\text{kJ}}{°\text{C}}\,(100 - 20)°\text{C}}{0{,}95\ ,\ 2^2\text{A}^2 \cdot 110\,\Omega} = 802\,\text{s}.$$

Voda će zakipjeti nakon 13 minuta i 22 sekunde.

7 Koliko stoji kuhanje ½ litre čaja u električnom loncu kojega je korisnost 80%. Cijena 1 kWh je 1 dinar (sl. 21—4). Temperatura vode iznosi 16°C.

Za zagrijavanje 1 litre vode za 1°C potrebno je 4,187 kJ a za 100°C—16°C = = 84°C potrebno je 84 puta više, dakle 84 · 4,187 kJ = 352 kJ. Budući da se radi o pola litre, potrebna je polovica topline, dakle 176 kJ.



Slika 21-4

Električni lonac ima gubitke (zagrijava i okolni zrak). Stoga je potrebna dodatna toplina, koju ćemo dobiti uz pomoć pretpostavljene korisnosti $\eta = 0{,}80$:

$$Q = 176\,\text{kJ}/0{,}8 = 220\,\text{kJ} = 0{,}061\,\text{kWh}.$$

Ovdje smo kJ preračunali na kWh (kWh = 3 600 kJ), jer nam je poznata cijena električne energije 1 dinar/kWh. Prema tome trošak energije za kuhanje čaja iznosi

$$0{,}061\,\text{kWh} \cdot 1\ \text{dinar/kWh} = 0{,}01098\ \text{dinara}$$

8 Koliku snagu bi moralo imati električno kuhalo da se 5 litara vode temperature 20°C zagrije na 100°C, i to za 20 minuta, zanemarivši gubitke?

Potrebna toplina iznosi $Q = mc\,(\vartheta_2 - \vartheta_1)$, a jednaka je (zbog $\eta = 1$) električnoj energiji $A = Pt$, dakle $Q = A$, odakle slijedi dalje

$$P = \frac{mc\,\Delta\vartheta}{t} = \frac{5\ \text{kg} \cdot 4\,187\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\ °\text{C}}\ 80°\text{C}}{20 \cdot 60\ \text{s}} = 1395\ \text{W}.$$

9 Transformatorsko ulje ima gustoću $\rho = 0{,}87$ kg/dm^3 i specifičnu toplinu $c = 0{,}45$ kcal/kg. Koliko energije je potrebno za zagrijavanje 50 litara ulja od 15°C do 90°C?

Pomoću izraza $Q = mc\,\Delta\vartheta$, gdje je u našem slučaju $\Delta\vartheta = 90°\text{C} - 15°\text{C} = 75°\text{C}$, dobit ćemo $Q = \rho\,Vc\,\Delta\vartheta$, jer je masa m jednaka umnošku gustoće ρ i volumena V (= 50 litara = 50 dm^3). Računanjem slijedi

$$Q = 0{,}87\,\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}\cdot 50\ \text{dm}^3\cdot 1{,}88\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\,°\text{C}}\cdot 75\,°\text{C} = 6\,144\ \text{kJ} = 1{,}71\ \text{kWh}.$$

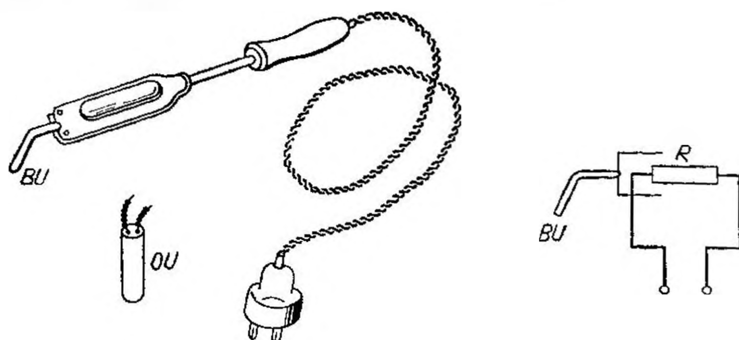
10 Električko lemilo (njegov bakreni uložak) mora se zagrijati od 20°C do 150°C. Koliku energiju treba dovesti lemilu ako je masa bakrenog uloška 15 dag (dekagrama) a specifična toplina $c = 0{,}39$ kJ/kg°C (sl. 21–5)?

$$Q = mc\,\Delta\vartheta = 0{,}15\ \text{kg}\cdot 0{,}39\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}°\text{C}}\ 130\,°\text{C} = 7{,}61\ \text{kJ} = 2{,}11\ \text{Wh}.$$



Slika 21-5

11 Električko lemilo (sl. 21–6) ima otpornik uložak *OU* (u shemi *R*) za snagu 100 W koji mora zagrijati bakreni uložak *BU* od 20°C na 200°C. Koliko će trajati zagrijavanje ako je masa bakrenog uloška 20 dag, a specifična toplina $c = 390$ J/kg°C?

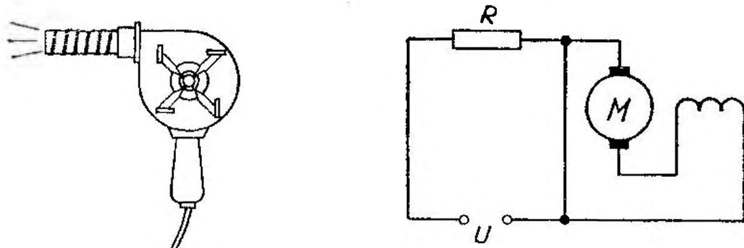


Slika 21-6

Potrebna toplina je $Q = mc\,\Delta\vartheta = Pt$. Prema tome je $t = mc\,\Delta\vartheta / P$, odnosno za naše vrijednosti

$$t = \frac{0{,}2\ \text{kg} \cdot 390\ \dfrac{\text{J}}{\text{kg}\ {}^\circ\text{C}}\ 180\ {}^\circ\text{C}}{100\ \text{W}} = 140\ \text{s} = 2{,}34\ \text{min}.$$

12 Sušilo za kosu usisava ventilatorom zrak iz okoline i puše topli zrak (70°C) koji se zagrijava otporničkom spiralom snage 300 W (sl. i shema 21–7). Koliku količinu zraka se mora zagrijati od 20°C na 70°C i ispuhati za 0,5 sata? Specifična toplina zraka je $c = 1\,005$ J/kg°C, gustoća zraka $\rho = 1{,}29$ kg/m³.



Slika 21-7

Ako je otpornička spirala uključena ½ sata, ona proizvede toplinu

$$Q = Pt = 300\ \text{W} \cdot 0{,}5 \cdot 3\,600\ \text{s} = 540\,000\ \text{J} = 540\ \text{kJ}.$$

Ta toplina predana je zraku mase m. Vrijednost veličine m dobivamo iz jednadžbe $Q = mc\Delta\vartheta$, gdje je $\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 = 70°\text{C} - 20°\text{C} = 50°\text{C}$:

$$m = \frac{Q}{c\Delta\vartheta} = \frac{540\ \text{kJ}}{1\,005\ \dfrac{\text{J}}{\text{kg}\ {}^\circ\text{C}}\ 50\ {}^\circ\text{C}} = 10{,}75\ \text{kg}.$$

Volumen zraka dobivamo iz jednadžbe $m = V$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{10{,}75\ \text{kg}}{1{,}29\ \text{kg/m}^3} = 8{,}33\ \text{m}^3 = 8\,330\ \text{l}.$$

13 Prolazom struje kroz vodič gubi se električna energija koja se pretvara u nekorisnu toplinu. Dinamo daje struju za dvije grupe žarulja. Prva grupa dobiva struju $I_1 = 60$ A, a druga $I_2 = 20$ A. Ostali podaci označeni su na sl. 21 – 8. Treba izračunati koliki je gubitak snage u vodu i to u kW. (Specifični otpor bakra $\rho = 0{,}0178\ \Omega\,\text{mm}^2/\text{m}$).

Izgubljena snaga je $P = R \cdot I^2$. Otpor prvog dijela voda iznosi

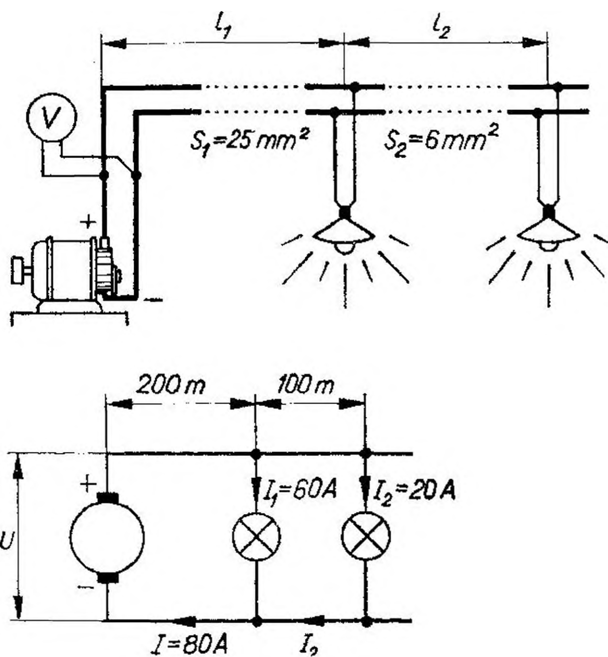
$$R_1 = \rho\frac{2\,l_1}{S_1} = 0{,}0178\,\frac{\Omega\,\text{mm}^2}{\text{m}}\ \frac{400\ \text{m}}{25\ \text{mm}^2} = 0{,}285\ \Omega.$$

Gubitak snage je dakle $\Delta P_1 = R_1 (I_1 + I_2)^2 = 0{,}285\ \Omega \cdot 80^2\ A^2 = 0{,}285\ \Omega \cdot 6400\ A^2 = 1\ 825$ W. Otpor drugog dijela voda iznosi

$$R_2 = \rho \frac{2\, l_2}{S_2} = 0{,}0178\ \frac{\Omega\ \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{200\ \text{m}}{6\ \text{mm}^2} = 0{,}593\ \Omega,$$

pa je gubitak snage $\Delta P_2 = R_2 \cdot I_2^2 = 0{,}593\ \Omega \cdot 20^2\ A^2 = 0{,}593\ \Omega \cdot 400\ A^2 = 237{,}2$ W. Ukupni gubitak snage u vodu je

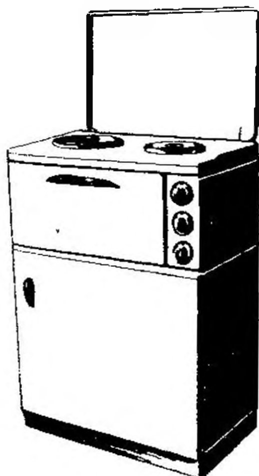
$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 = 1\ 825\ \text{W} + 237{,}2\ \text{W} = 2\ 062{,}2\ \text{W} = 2{,}062\ \text{kW}.$$



Slika 21-8

14 Električni štednjak s ukupnom snagom 5 kW ima ploče od 800 W, 2 × × 1 200 W i 1 800 W (sl. 21—9). Trebamo izračunati vrijeme za koje će uzavreti 3 litre vode uz navedene snage. (Temperatura vode prije zagrijavanja iznosi 14°C; gubitke ćemo zanemariti).

Toplina potrebna za zagrijavanje vode do 100°C je



Slika 21-9

$$Q = mc(\vartheta_2 - \vartheta_1) = 3\,\text{kg} \cdot 4{,}187\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\,^\circ\text{C}}(100 - 14)\,^\circ\text{C} = 1\,080\,\text{kJ}.$$

Vrijeme ćemo izračunati iz formule $Q = Pt$. Na prvoj ploči zagrije se voda za

$$t_1 = \frac{Q}{P_1} = \frac{1\,080\,\text{kJ}}{800\,\text{W}} = 1\,350\,\text{s} = 22{,}5 \text{ minute.}$$

Na drugoj i trećoj ploči traje zagrijavanje isto vrijeme

$$t_2 = t_3 = \frac{1\,080\,\text{kJ}}{1\,200\,\text{W}} = 900\,\text{s} = 15 \text{ minuta.}$$

Na četvrtoj ploči je vrijeme za zagrijavanje najkraće

$$t_4 = \frac{1\,080\,\text{kJ}}{1\,800\,\text{W}} = 600\,\text{s} = 10 \text{ minuta.}$$

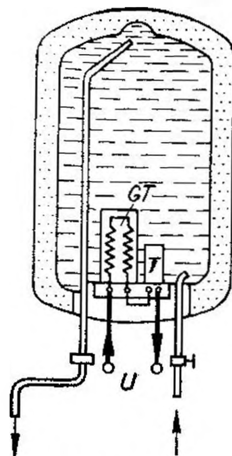
15 Bojler sadržine 100 litara vode ima grijače snage 1 500 W. Vodu zagrijavamo strujom po noćnoj tarifi i to od 15°C na 90°C uz korisnost $\eta = 90\%$. Koliko dugo traje zagrijavanje vode dok termostat ne iskopča grijače tijelo *GT*? Koliki je otpor spirale grijača ako je napon mreže $U = 220$ V (sl. 21–10)?

Količina topline potrebne za grijanje vode iznosi $Q = mc(\vartheta_2 - \vartheta_1)$. Vodi treba dovesti više energije (W) jer bojler zagrijava svoju okolinu tzv. toplinom koja se gubi, dakle $W = Q/\eta$. Energiju W dobit ćemo umnoškom snage P i vremena, tj. $W = Pt$. Iz jednakosti $Pt = Q/\eta$ dobit ćemo trajanje zagrijavanja

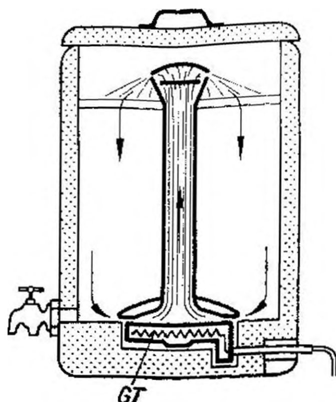
$$t = \frac{Q}{\eta P} = \frac{mc\Delta\vartheta}{\eta P} = \frac{100\ \text{kg} \cdot 4{,}187\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg °C}}\ 75\ \text{°C}}{0{,}90 \cdot 1{,}5\ \text{kW}} = 23\ 300\ \text{s},$$

tj. oko 6,5 sati. Otpor spirale grijaćeg tijela iznosi:

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2\text{V}^2}{1\ 500\ \text{W}} = \frac{48\ 400\ \text{V}^2}{1\ 500\ \text{VA}} = 32{,}26\ \Omega.$$



Slika 21-10



Slika 21-11

16 Za pogon električnog stroja za pranje rublja trošimo struju s noćnom tarifom; stroj ima grijaće tijelo *GT* snage 500 W. Količina vode u kojoj je rublje iznosi 15 litara. Za koje će vrijeme voda poprimiti temperaturu 60°C (od 15°C) i kada će početi strujati u označenim smjerovima? Koliko energije se potroši da bi se temperatura vode podigla na 60°C (sl. 21—11)? (Topla voda dolazi srednjim valjkom gore, razlijeva se i pada na rublje, prolazi kroz njega pa se tom cirkulacijom rublje pere. U toku trajanja noćne tarife rublje se tako opere).

Potrebna količina topline iznosi $Q = mc\,(\vartheta_2 - \vartheta_1)$, tj.

$$Q = 15\ \text{kg} \cdot 4\ 187\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg °C}}\ (60-15)\text{°C} = 2\ 824\ \text{kJ} = 0{,}785\ \text{kWh}$$

$$t = \frac{Q}{P} = \frac{2\ 824\ \text{kJ}}{0{,}5\ \text{kW}} = 5\ 648\ \text{s} \approx 1{,}5\ \text{h}.$$

17 Uzduh se električki zagrijava prolaskom struje kroz spirale koje su u cijevima položene u podu (sl. 21—12). Potrebno je zagrijavati uzduh

hodnika 3 × 5 × 15 m od temperature 0°C do temperature 20°C. Kolika je potrebna električna energija za zagrijavanje i koliku snagu mora imati uređaj za zagrijavanje da bismo potrebnu temperaturu uzduha dobili za pola sata? (Specifična toplina uzduha iznosi $c = 1\,005$ J/kg°C).

Potrebna toplina iznosi $Q = mc(\vartheta_2 - \vartheta_1)$, što je jednako uloženoj električnoj energiji $A = Pt$, tj. $Q = A$. Utrošena energija A i potrebna snaga grijaćeg uređaja iznose

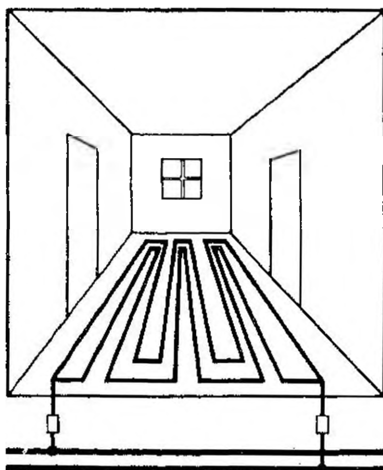
$$A = Q = mc\Delta\vartheta = \rho Vc\Delta\vartheta; \; V = 3 \cdot 5 \cdot 15 \text{ m}^3 = 225 \text{ m}^3.$$

$$A = 1{,}29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 225 \text{ m}^3 \cdot 1\,005 \frac{\text{J}}{\text{kg °C}} 20 \text{ °C} = 6{,}1 \text{ MJ}$$

$$P = \frac{A}{t} = \frac{6\,100 \text{ kJ}}{0{,}5 \text{ h}} = \frac{6\,100 \text{ kJ}}{0{,}5 \cdot 3\,600 \text{ s}} = 3{,}39 \text{ kW}.$$

To je, naravno, samo grubi proračun jer nije uzeto u obzir zagrijavanje zidova i poda te konstantno ohlađivanje uzduha. U stvarnosti su vrijednosti mnogo više, čak 12-struko više.

18 Prostorija se električki zagrijava žičanom mrežom i željeznim štapovima koji se postave u pod i strop. Opterećenje za strop ili pod uzima se od 500 W/m² pri temperaturi 30°C. Kolika je ukupna snaga uređaja za zagrijavanje za hodnik iz slike 21–12? Koliko električne energije se potroši za 10-satno zagrijavanje?



Slika 21-12

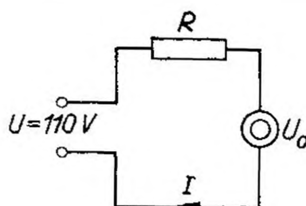
Pod hodnika ima površinu od 3 × 15 = 45 m². Stoga snaga uređaja za zagrijavanje iznosi:

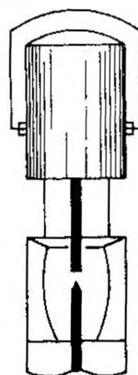
$$P = 45\ \text{m}^2 \times 500\ \text{W/m}^2 = 22\ 500\ \text{W} = 22{,}5\ \text{kW}.$$

Potrebna električna energija je

$$A = P \cdot t = 22{,}5\ \text{kW} \cdot 10\ \text{h} = 225\ \text{kWh}.$$

19 Električni luk u lučnoj svjetiljki (sl. 21—13) uz napon 45 V zahtijeva struju 10 A. Svjetiljka je priključena na istosmjernu mrežu napona $U = 110$ V. Potrebno je izračunati predotpor, ukupnu privedenu snagu, privedenu snagu lučnoj svjetiljci, gubitak snage na otporu, gubitak snage u svjetiljci i gubitak topline za 5 h svijetljenja. (Vidi shemu na sl. 21—13).





Slika 21-13

Predotpor R ćemo izračunati iz $U = U_o + I \cdot R$, tj.

$$R = \frac{110\ \text{V} - 45\ \text{V}}{10\ \text{A}} = \frac{65\ \text{V}}{10\ \text{A}} = 6{,}5\ \Omega.$$

Ukupna privedena snaga je

$$P_p = U \cdot I = 110\ \text{V} \cdot 10\ \text{A} = 1\ 100\ \text{W} = 1{,}1\ \text{kW}.$$

Privedena snaga svjetiljke

$$P - U_o \cdot I = 45\ \text{V} \cdot 10\ \text{A} = 450\ \text{W}.$$

Gubitak snage na predotporu iznosi:

$$\Delta P_R = R \cdot I^2 = 6{,}5\ \Omega \cdot 10^2\text{A}^2 = 650\ \text{W}.$$

Gubitak toplinske snage u svjetiljci je

$$\Delta P_Q = U_o I = 45\ \text{V} \cdot 10\ \text{A} = 450\ \text{W}.$$

Gubitak topline u svjetiljci za 5 h iznosi:

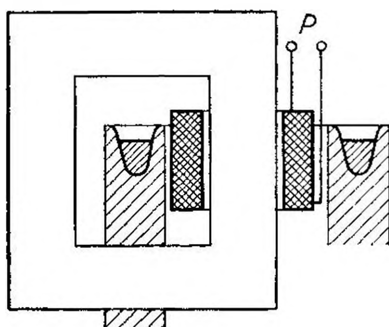
$$Q = \Delta P_Q t = 450\ \text{W} \cdot 5 \cdot 3\ 600\ \text{s} = 8\ 100\ \text{kJ}$$

20 Indukciona peć treba da rastali 100 kg bakra. Kolika je potrebna toplina, a kolika električna snaga da bi se bakar rastalio za 2 h? Specifična topleni

bakra $c = 0{,}388$ kJ/kg °C, talište 1 083 °C, a toplina taljenja 171 kJ/kg. Korisnost peći je 85% (sl. 21 – 14).

Toplina potrebna da se 100 kg bakra zagrije od 20 °C do tališta (1083 °C) iznosi:

$$Q_g = 100\ \text{kg} \cdot \frac{0{,}388\ \text{kJ}}{\text{kg}\ ^\circ\text{C}}\ 1\,063\ ^\circ\text{C} = 41\,300\ \text{kJ}.$$



Slika 21-14

Za rastaljivanje (faznu pretvorbu iz krutog u tekuće stanje) potrebna je toplina

$$Q_r = 100\ \text{kg} \cdot 171\ \text{kJ} = 17\,100\ \text{kJ}.$$

Uz korisnost peći $\eta = 85\%$ induktivnoj peći mora se privesti energija

$$A = \frac{Q_g + Q_r}{\eta} = \frac{58\,500\ \text{kJ}}{0{,}85} = 68\,800\ \text{kJ}$$

odnosno izraženo jedinicom kWh

$$A = 68\,800\ \text{kJ}/3\,600 = 19{,}1\ \text{kWh}.$$

Privredna električna snaga na primarnoj strani transformatora pri dvosatnom taljenju (u račun se ne uzima korisnost transformatora) iznosi:

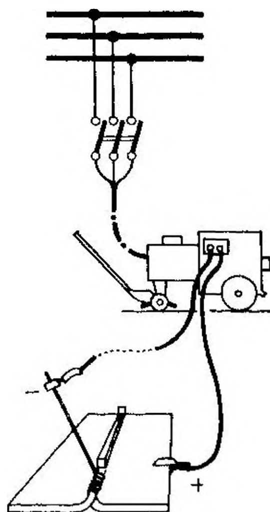
$$P = \frac{A}{t} = \frac{19{,}1\ \text{kWh}}{2\ \text{h}} = 9{,}55\ \text{kW}.$$

21 Lučno zavarivanje ugljenom elektrodom zahtijeva napon luka oko 30 V i struju 100 A. Kolika se snaga, električna rad i toplina potroši za vrijeme osamsatnog zavarivanja (sl. 21 – 15)?

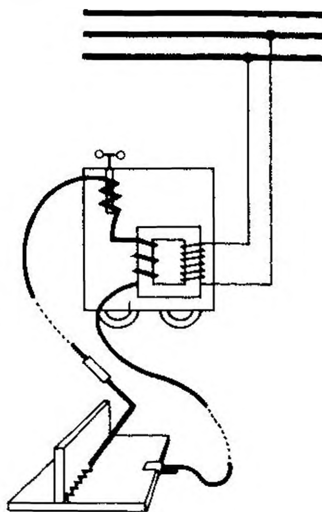
$$P = 30\ \text{V} \cdot 100\ \text{A} = 3\,000\ \text{W} = 3\ \text{kW}$$

$$A = Q = P \cdot t = 3\ \text{kW} \cdot 8\ \text{h} = 24\ \text{kWh} = 86\,275\ \text{kJ}.$$

Na mjestu vara je veoma veliki električni otpor, a kako je u cijelom električnom krugu ista struja, pad napona ($R\,I$) i gubitak snage ($R\,I^2$) na mjestu vara su veoma veliki pa se mjesto vara zagrije čak i do 5 000°C.



Slika 21-15



Slika 21-16

22 Pri zavarivanju metalnom elektrodom potreban je napon između 20 i 45 V te struja između 40 i 400 A. Koliki je prosječni električni rad i snaga uz potrebnu toplinu od 125 400 kJ pri petosatnom pogonu (sl. 21 – 16)?

$$A = Q = 125\,400 \text{ kJ} = 125\,400 \text{ kJ}/3\,600 = 34{,}9 \text{ kWh}$$

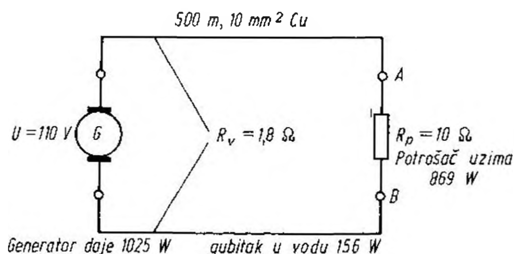
$$P = A/t = 34{,}9 \text{ kWh}/5 \text{ h} = 6{,}98 \text{ kW}$$

$$I = P/U = 6\,980 \text{ W}/30 \text{ V} = 232 \text{ A}.$$

23 Neka generator od 110 V dobavlja električnu energiju potrošaču priključenom na kraju voda dugačkog 500 m, presjeka vodiča 10 mm² Cu. Ukupni otpor svih trošila toga potrošača iznosi 10 Ω (slika 21 – 17).

a) koliku snagu daje generator?

b) koliku snagu uzima potrošač?



Slika 21-17

Otpor dovodnih vodiča iznosi

$$R_v = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{0{,}0178 \cdot 2 \cdot 500}{10} = 1{,}8\ \Omega.$$

Ukupni otpor je

$$R = R_p + R_v = 10 + 1{,}8 = 11{,}8\ \Omega.$$

Struja iznosi

$$I = \frac{U}{R} = \frac{110}{11{,}8} = 9{,}32\ \text{A}.$$

Napon na stezaljkama potrošača je

$$U_{AB} = I \cdot R_p = 9{,}32 \cdot 10 = 93{,}2\ \text{V}.$$

Snaga koju daje generator iznosi

$$P = U \cdot I = 110 \cdot 9{,}32 = 1\,025\ \text{W}.$$

Snaga koju uzima potrošač je

$$P_p = U_{AB} \cdot I = 9{,}32 \cdot 93{,}2 = 869\ \text{W}.$$

Razlika 1025 − 869 = 156 W „izgubila“ se u vodu, a to se naziva gubitak snage. Zapravo, ta se snaga pretvorila u dovodnom vodu u toplinu, ona se potrošila u otporu R_v voda. Tu snagu možemo izračunati i prema Jouleovu zakonu:

$$p = I^2 \cdot R_v = 9{,}32^2 \cdot 1{,}8 = 156\ \text{W}$$

ili u postocima:

$$p\% = \frac{p}{P} \cdot 100 = \frac{156}{1\,025} \cdot 100 = 15{,}2\%.$$

Pad (gubitak) napona iznosi $110-93{,}2=16{,}8$ V ili u postocima:

$$\Delta U=\frac{16{,}8}{110}\cdot 100=15{,}2\%.$$

Zadaci

1. Kolika je potrošnja električne energije u električnoj peći za 30 minuta, ako peć uzima struju od 10 A pri naponu od 120 V (0,6 kWh)?

2. Električni grijač je načinjen od nikelinske žice duljine 15 m. Za 15 minuta pri struji od 5 A treba zagrijati 2 litre vode od 15°C do ključanja; korisnost kuhala je 80%. Treba naći presjek nikelinske žice i trošak za električnu energiju pri tarifi od 1 dinar za 1 kWh (0,16 mm^2; 2,5 dinara).

IZVORI ISTOSMJERNE STRUJE

22. Elektroliza

Pravila i formule

Elektroliza je rastavljanje elektrolita (otopine soli, kiseline) električnom strujom. Elektroliza se može provesti samo istosmjernom ili pulzirajućom strujom, a ne izmjeničnom. Na zapornoj negativnoj elektrodi (katodi) stvara se vodik ili kovina. Negativna elektroda oduzima u toku elektrolize kovinu iz elektrolita ili s pozitivne elektrode (anode). Ako je anoda od ugljena, katoda dobiva kovinu iz elektrolita. Elektroliza prestane kada je iz elektrolita izvučena sva kovina. Elektrolit mora sadržavati kovinu, koju želimo da se na katodi izluči.

Pri elektrolizi vrijedi: masa m izlučene tvari proporcionalna je količini elektrike Q koja je prošla elektrolitom. Budući da je pri stalnoj jakosti struje $Q = It$, Faradayev zakon elektrolize obično se piše u obliku

$$m = AQ = AIt.$$

Slovo A označuje tzv. ***elektrokemijski ekvivalent.*** Vrijednosti elektrokemijskog ekvivalenta obično se navode u miligramima na coulomb (mg/C; C = As) ili u g/Ah (ampersat). Za neke tvari vrijednosti ekvivalenta navedene su u tablici 4 na str. 203 knjige.

Vježbe

1 Koliko se bakra izluči iz modre galice ($CuSO_3$) strujom $I = 10$ A za 30 minuta ako je $A = 0{,}329$ mg/C (sl. 22—1)?

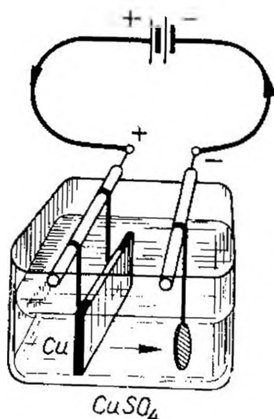
$$m = A \cdot I \cdot t = 0{,}329 \frac{\text{mg}}{\text{C}} \cdot 10 \text{ A} \cdot 30 \cdot 60 \text{ s}$$

$$m = 0{,}329 \frac{\text{mg}}{\text{C}} \cdot 18\,000 \text{ As} = 5\,922 \text{ mg} = 5{,}922 \text{ g}.$$

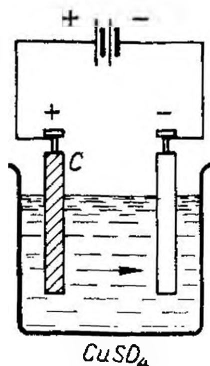
Na predmetu koji je obješen na katodi izluči se sloj čistog bakra mase 5,9 g.

2 Gustoća struje pri pobakrivanju $J = 0{,}4$ A/dm². Površina katode koju moramo pobakriti je $S = 2{,}5$ dm². S kojom se strujom provodi elektroliza i koliko se grama izluči na katodi za 1 sat (sl. 22—2)?

$$I = J \cdot S = 0{,}4 \frac{\text{A}}{\text{dm}^2} \cdot 2{,}5 \text{ dm}^2 = 1 \text{ A}$$



Slika 22-1



Slika 22-2

$$m = A \cdot Q = A \cdot I \cdot t = 0{,}329 \frac{\text{mg}}{\text{C}} \cdot 1 \text{ A} \cdot 3\,600 \text{ s} = 1184{,}4 \text{ mg}.$$

Pozitivna elektroda (anoda) nije u tom slučaju bakar već neaktivni ugljen. Bakar će se iz elektrolita izlučivati samo određeno vrijeme i to tolika količina koliku sadržava elektrolit. Takvu elektrolizu koristimo ponekad pri presvlačenju kovina sa skupim kovinama, koje nemamo dovoljno ili pak kada iz elektrolita želimo dobiti drugu kovinu, npr. srebro iz razvijača u fotografiji.

3 Zakiseljenu vodu (sumpornom kiselinom H_2SO_4) razlažemo elektrolizom, tj. električnom strujom. Elektrode mogu pri pokusima biti od ugljena, olova, bakra i slično, no najbolja je platina (vidi slijedeći primjer). Koliko kisika se izluči na anodi, a koliko vodika na katodi za $\frac{1}{4}$ sata strujom 1,5 A iz džepne baterije? Pokusi su pokazali da 1 C = 1 As izluči 0,058 cm³ kisika i 0,116 cm³ vodika (sl. 22–3), tj. $A_o = 0{,}058$ cm³/C te $A_H = 0{,}116$ cm³/C.

Na anodi se izluči:

$$V_o = A_o \cdot I \cdot t = 0{,}058 \frac{\text{cm}^3}{\text{C}} \cdot 1{,}5 \text{ A} \cdot 15 \cdot 60 \text{ s}$$

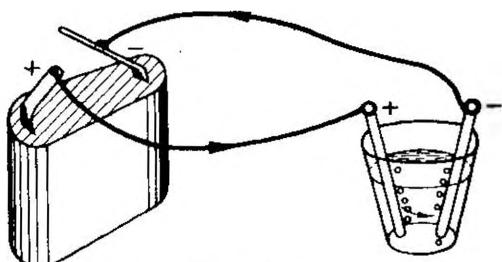
$$V_o = 78{,}3 \text{ cm}^3 \ (= 0{,}78 \text{ dl kisika}).$$

Na katodi se izluči:

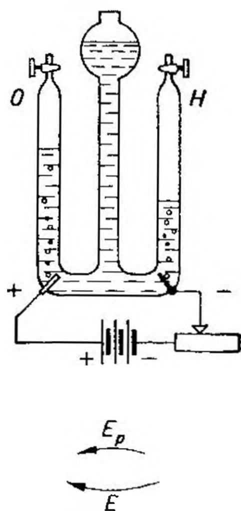
$$V_H = A_H \cdot I \cdot t = 0{,}1162 \frac{\text{cm}^3}{\text{C}} \cdot 1{,}5 \cdot 15 \cdot 60 \text{ s}$$

$$V_H = 156{,}8 \text{ cm}^3 \ (= 1{,}57 \text{ dl vodika}).$$

Razvijeni plinovi tvore praskavu smjesu koja eksplodira kad k njoj približimo vatru. Veličina struje zavisi od koncentracije elektrolita, od veličine ploha elektroda i od njihove udaljenosti, tj. od otpora elektrolita. Pokusom elektrolize možemo ispitati vrst struje, tj. utvrditi da li se radi o istosmjernoj struji. Pri istosmjernoj struji na katodi se stvara dvostruki broj vodikovih mjehurića negoli onih kisikovih koji se stvaraju na anodi.



Slika 22-3



Slika 22-4

4 Kisik i vodik za laboratorijske pokuse proizvodimo elektrolizom vode koja je zakiseljena sumpornom kiselinom (H_2SO_4). Platinske elektrode su zataljene u staklo. Pomoću otpora podesimo struju $I = 0{,}5$ A iz baterije sastavljene od tri suha članka po 1,9 V. Koliko vodika i kisika ćemo imati u cjevčicama za 30 minuta (sl. 22—4)?

U desnoj cjevčici će biti vodika

$$V_H = 0{,}1162\,\frac{\text{cm}^3}{\text{C}}\cdot 0{,}5\text{ A}\cdot 30\cdot 60\text{ s} = 104{,}58\text{ cm}^3\ (1{,}0458\text{ dl vodika})$$

a u lijevoj cjevčici kisika

$$V_o = 0{,}058\,\frac{\text{cm}^3}{\text{C}}\cdot 0{,}5\text{ A}\cdot 30\cdot 60\text{ s} = 52{,}2\text{ cm}^3.\ (0{,}52\text{dl kisika})$$

Plinovi potiskuju zakiseljenu vodu u srednju cijev.

5 Na stezaljkama uređaja neka je puni napon baterije $U = 3\cdot 1{,}9$ V. Otpor cijelog kruga s elektrolitom je $R = 0{,}5\,\Omega$. Kolika je struja rastavljanja ako kod elektrolize dolazi do napona polarizacije $E_p = 2$ V (sl. 22—4)?

Pri elektrolizi se općenito na elektrodama izlučuju nove tvari koje tvore neki galvanski članak. Ovaj članak ima tzv. napon polarizacije koji djeluje suprotno naponu vanjskog izvora. U našem slučaju su to nove elektrode O i H.

Iz jednadžbe $U - E_p = I \cdot R$ slijedi

$$I = \frac{U - E_p}{R} = \frac{3 \cdot 1{,}9\ \text{V} - 2\ \text{V}}{0{,}5\ \Omega} = \frac{3{,}7\ \text{V}}{0{,}5\ \Omega} = 7{,}4\ \text{A}.$$

(Da nema pojave polarizacije, struja bi bila veća).

6 Motorgenerator daje struju za proizvodnju elektrolitski čistoga bakra. Dnevno (za 8 sati) treba proizvesti 20 kg bakra. Koliku struju mora dinamo davati razrijeđenom elektrolitu modre galice ($CuSO_4$), koji ima elektrokemijski ekvivalent $A = 0{,}329$ mg/C?

Iz temeljne jednadžbe elektrolize $m = A \cdot I \cdot t$, dobit ćemo jakost struje

$$I = \frac{m}{A \cdot t} = \frac{20\,000\,000\ \text{mg}}{0{,}329\ \frac{\text{mg}}{\text{C}} \cdot 8 \cdot 3600\,\text{s}} = \frac{20\,000\,000\ \text{C}}{9475{,}2\ \text{s}} = 2\,110{,}7\ \text{A}.$$

7 Elektrolitski očišćeni željezni lim debljine 0,2 mm treba pokositriti da bi se od njega izradile kutije za konzerve. Koliko je vremena potrebno da se lim elektrolitički pokositri uz struju $I = 200$ A, ako se stvori sloj kositra ukupne mase 5,5 kg? (Konstanta za kositar je: $A = 0{,}03075$ mg/C).

$$t = \frac{m}{A \cdot I} = \frac{5\,500\,000\ \text{mg}}{0{,}03075\ \frac{\text{mg}}{\text{C}}\ 200\ \text{A}} = 894\,308\ \text{s} \approx 248\ \text{h}.$$

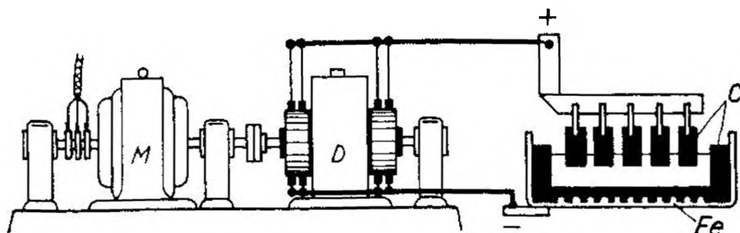
8 Potrebno je kromirati 200 komada reflektora, od kojih svaki treba sloj kroma mase 3 grama. Koliko jaku ćemo struju koristiti da bi rad bio završen za 10 sati? (Elektrokemiski ekvivalent kroma $A = 0{,}18$ mg/C).

$$I = \frac{m}{A \cdot t} = \frac{200 \cdot 3 \cdot 1\,000\ \text{mg}}{0{,}18\ \frac{\text{mg}}{\text{C}} \cdot 10 \cdot 3\,600\,\text{s}} = 92{,}6\ \text{A}.$$

Pokrivanje kovinom možemo provesti samo u takvom elektrolitu koji sadržava kovinu kojom se provodi pokrivanje. U našem slučaju kao elektrolit mora biti neka kromova sol.

9 Aluminijum se proizvodi elektrolizom rastaljenog kaolina i kriolina u elektrolitskoj kadi koja ima radni napon 7 V, a struju npr. 5 000 A. Anode su od ugljika (C), a posuda kade (Fe) je od željeza s blokovima ugljena.

Kade su spojene u seriju, na primjer 40 njih. Za proizvodnju 1 kg aluminija troši se oko 0,7 kg anodnog ugljena i 25 do 30 kWh energije (sl. 22—5).



Slika 22-5

Iz zadanih podataka treba izračunati snagu dinama, električni rad za jedan dan pri 10-satnom pogonu te masu proizvedenog aluminija. Izvedeni proračun usporedite s teoretskim proračunom ako se ne uzmu u obzir svi gubici.

Snaga dinama (privedena snaga na $N = 40$ kada) je $P = U \cdot I = 40 \cdot 7\ \text{V} \cdot 5\,000\ \text{A} = 1\,400\,000\ \text{W} = 1\,400\ \text{kW}$, a utrošena električna energija za deset sati iznosi: $A = P \cdot t = 1\,400\ \text{kW} \cdot 10\ \text{h} = 14\,000\ \text{kWh}$.

Masa dobivenog aluminija je

$$m = 14\,000\ \text{kWh} : 25\ \text{kWh/kg} = 560\ \text{kg}.$$

Prema teoretskom proračunu trebalo bi se dobiti

$$m_t = N \cdot A \cdot I \cdot t = 40 \cdot 0{,}093\ \frac{\text{mg}}{\text{C}} \cdot 5\,000\ \text{A} \cdot 40 \cdot 10 \cdot 3\,600\ \text{s}$$

$$m_t = 0{,}093 \cdot 7\,200\,000\,000\ \text{mg} = 669{,}6\ \text{kg}.$$

Prema tome korisnost uređaja iznosi:

$$\eta = \frac{m}{m_t} = \frac{560\ \text{kg}}{669{,}6\ \text{kg}} = 0{,}83 = 83\ \%.$$

10 Coulombmetar (voltametar) je instrument za mjerenje jakosti struje u ovisnosti o masi izlučene kovine i trajanja elektrolize. Bakrena katoda coulombmetra imala je prije mjerenja masu 28,50 grama, a na kraju mjerenja, koje je trajalo 30 minuta, 32,20 grama.

Koliku je struju prenosio bakar kojem je elektrokemijski ekvivalent $A = 0{,}3294$ mg/C?

$$I = \frac{m}{A \cdot t} = \frac{32{,}2\ \text{g} - 28{,}5\ \text{g}}{0{,}3294\ \frac{\text{mg}}{\text{C}} \cdot 30 \cdot 60\ \text{s}} = \frac{3\,700\ \text{A}}{592{,}92} = 6{,}24\text{A}.$$

Zadaci

1. Koliko kg aluminija proizvede tvornica za 8 sati strujom 15 000 A (40,39 kg)?

2. Koliko cinka mora sadržavati članak u bateriji da bi imao kapacitet 5 Ah (6,08 g)?

23. Izračunavanje električnih veličina akumulatora

Pravila i formule

Prolaskom struje elektrolitom (pri nabijanju) produkti elektrolize, izlučeni i nataloženi na elektrodama, spajaju se s njima u nove kemijske tvari koje tvore nove elektrode a time i galvanski članak. Produkti elektrolize na elektrodama čine s elektrolitom primarni članak s naponom polarizacije koji djeluje suprotno naponu vanjskog izvora (koji akumulator nabija). Električna energija se pri nabijanju akumulatora pretvara u kemijski oblik energije, a kod izbijanja se kemijska energija pretvara u električnu. Akumulator moramo nabijati s više energije nego što ćemo je dobiti pri izbijanju.

Olovni akumulator ima napon 1,9 V ≈ 2 V, nakon nabijanja 2,7 V, a njegov napon ne smije pasti ispod 1,83 V. Akumulator NiFe ima srednju vrijednost napona 1,1 V.

Struja nabijanja odnosno izbijanja ograničena je odredbom proizvođača koji propisuju gustoću struje (oko 1 A na 1 dm^2 ploče akumulatora).

Količinu nagomilane elektrike Q u akumulatoru nazivamo kapacitetom akumulatora koji mjerimo ampersatima (Ah) ili kulonima (coulomb, C = As; Ah = = 3 600 C). Isti naziv „kapacitet" katkada se upotrebljava i za količinu nagomilane električne energije A koju mjerimo vatsatima (Wh) ili džulima (joule = J = VAs; Wh = 3 600 J).

Ako veličina pri izbijanju akumulatora označimo indeksom i, a veličine pri nabijanju akumulatora sa n, tzv. korisnost akumulatora definirat ćemo ovako:

Energetska (vatsatna) korisnost:

$$\eta_A = \frac{A_i}{A_n} = \frac{\text{energija pri izbijanju (pražnjenju)}}{\text{energija pri nabijanju (punjenju)}} .$$

Električna (ampersatna) korisnost:

$$\eta_Q = \frac{Q_i}{Q_n} = \frac{\text{naboj pri izbijanju (pražnjenju)}}{\text{naboj pri nabijanju (punjenju)}} .$$

Olovni akumulator ima npr. $\eta_A \approx 70\%$, $\eta_Q = 90\%$, a čelični (NiFe) $\eta_A \approx$ $\approx 50\%$, $\eta_Q \approx 70\%$.

Vježbe

1 Zašto je energetska korisnost akumulatora veća od električne?

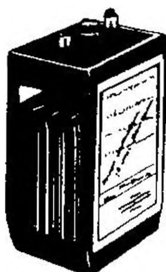
$$\eta_A = \frac{A_i}{A_n} = \frac{U_i \cdot I_i \cdot t_i}{U_n \cdot I_n \cdot t_n} = \frac{U_i}{U_n}\eta_Q.$$

Energetska korisnost jednaka je električnoj korisnosti η_Q pomnoženoj s omjerom napona izbijanja U_i prema naponu nabijanja U_n. Budući da je omjer U_i/U_n manji od 1, zato je $\eta_A < \eta_Q$.

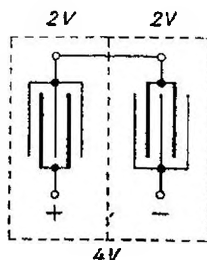
2 Akumulator 2 V, kapaciteta 14 Ah izbijao se 10 sati nepoznatom strujom. Treba izračunati jakost struje I.

Iz jednadžbe $Q = I \cdot t$ izlazi da je $I = Q/t = 14$ Ah/10 h = 1,4 A.

3 Olovni akumulator 4 V i 14 Ah prikazan je na slici 23—1. Ploče su smještene prema slici 23—2. Broj paralelno spojenih ploča povećava površinu a time i kapacitet. Obje grupe po 2 V međusobno su serijski spojene da bi se dobio napon 4 V.



Slika 23-1



Slika 23-2

Akumulator se nabijao 10 sati strujom $I_n = 1{,}5$ A, a izbijao 20 sati strujom $I_i = 0{,}7$ A. Kolika mu je električna korisnost?

$$Q_i = I_i \cdot t_i = 0{,}7\ \text{A} \cdot 20\ \text{h} = 14\ \text{Ah}$$

$$Q_n = I_n \cdot t_n = 1{,}5\ \text{A} \cdot 10\ \text{h} = 15\ \text{Ah}$$

$$\eta_Q = \frac{14\ \text{Ah}}{15\ \text{Ah}} = 0{,}933 \approx 93\%.$$

4 Olovni akumulator za 4 V ima kapacitet 28 Ah. Struja nabijanja (punjenja) iznosi 2,5 A. Koliko traje punjenje? Koliko dugo traje pražnjenje (izbijanje) uz struju 0,5 A?

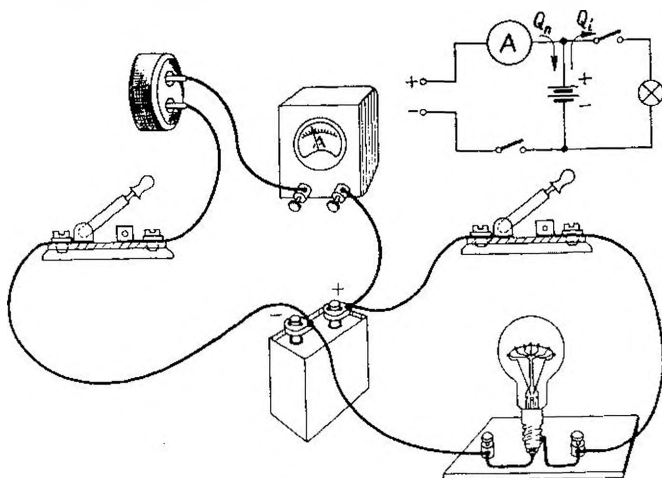
Iz jednadžbe $Q = I \cdot t$ dobivamo vrijeme punjenja:

$$t_n = \frac{Q}{I_n} = \frac{28\ \text{Ah}}{2{,}5\ \text{A}} = 11{,}2\ \text{h},$$

dok pražnjenje traje

$$t_i = \frac{28\ \text{Ah}}{0{,}5\ \text{A}} = 56\ \text{sati}.$$

5 Akumulator punimo 5 sati strujom od 0,7 A. Koliko će dugo trajati izbijanje strujom 0,3 A uz električnu korisnost $\eta_Q = 0{,}9$ (sl. 23–3)?



Slika 23-3

Akumulator će se nabiti količinom elektrike $Q_n = I_n \cdot t_n = 0{,}7\ \text{A} \cdot 5\ \text{h} = 3{,}5$ Ah. Izbijenu količinu elektrike izračunat ćemo s pomoću formule $\eta_Q = Q_i/Q_n$, dakle

$$Q_i = \eta_Q \cdot Q_n = 0{,}9 \cdot 3{,}5\ \text{Ah} = 3{,}15\ \text{Ah}.$$

Pražnjenje će trajati

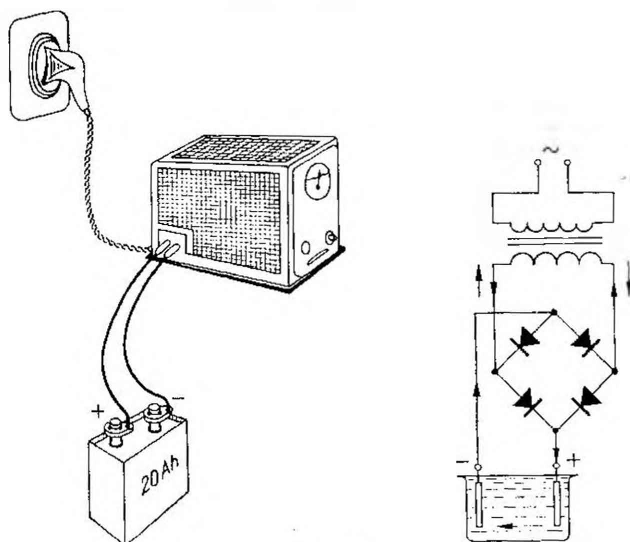
$$t_i = \frac{Q_i}{I_i} = \frac{3{,}15\ \text{Ah}}{0{,}3\ \text{A}} = 10{,}5\ \text{sati}.$$

6 Akumulator kapaciteta 20 Ah nabijao se 10 sati iz mreže izmjenične struje preko selenskog ispravljača (sl. 23–4). Pozitivni pol ispravljača mora se spojiti s pozitivnim polom akumulatora. Strujni krugovi označeni su na shemi (sl. 23–4). Kolikom strujom se akumulator punio i kolikom strujom praznio 20 sati uz električku korisnost $\eta_Q = 90\%$.

Količina elektrike nabijenog akumulatora je $Q_n = I_n \cdot t_n$. Odavde je struja punjenja $I_n = Q_n/t_n = 20\ \text{Ah}/10\ \text{h} = 2\ \text{A}$. Izbijena količina elektrike i struja pražnjenja iznose:

$$Q_i = \eta_Q \cdot Q_n = 0{,}9 \cdot 20\ \text{Ah} = 18\ \text{Ah}$$

$$I_i = \frac{Q_i}{t_i} = \frac{18\ \text{Ah}}{20\ \text{h}} = 0{,}9\ \text{A}.$$



Slika 23-4

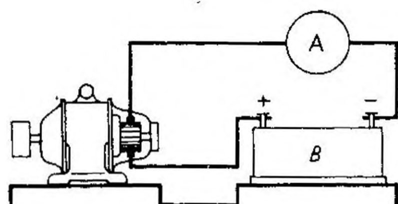
7 Akumulatorsku bateriju koja je sastavljena od 50 akumulatora treba nabijati strujom 5 A. Napon je za punjenje jednoga članka (akumulatora) 2,1 V, a unutrašnji otpor $R = 0{,}005\ \Omega$. Koliki je napon stezaljki i inducirani napon dinama za punjenje kojemu je unutrašnji otpor $R_u = 0{,}1\ \Omega$. (sl. 23—5)?

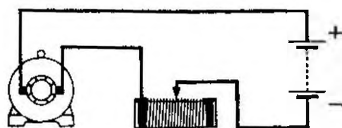
Napon stezaljki dinama je $U = 50 \cdot 2{,}1\ \text{V} = 105\ \text{V}$, a otpor akumulatorske baterije $R_B = 50 \cdot 0{,}005\ \Omega = 0{,}25\ \Omega$. Inducirani napon dinama mora savladati tri pada napona, tj. $E = U + I \cdot R_B + I \cdot R_u$, odnosno konkretno

$$E = 105\ \text{V} + 5\ \text{A} \cdot 0{,}25\ \Omega + 5\ \text{A} \cdot 0{,}1\ \Omega = 106{,}65\ \text{V}.$$

Inducirani napon dinama mora biti veći od napona baterije da bi struja mogla puniti bateriju.

8 Akumulatorska baterija sastoji se od 40 akumulatora unutrašnjeg otpora $R = 0{,}005\ \Omega$ svaki i srednje vrijednosti napona nabijanja (punjenja) 2,1 V. Bateriju je potrebno nabijati strujom $I = 5$ A i to iz dinama kojem je inducirani napon 120 V a unutrašnji otpor $R_u = 0{,}12\ \Omega$. Treba naći predotpor R_p, snagu koju daje dinamo, snagu punjenja, gubitak snage na predotporu R_p, u dinamu i gubitak snage u bateriji (sl. 23—6).





Slika 23-5

Slika 23-6

Predotpor ćemo izračunati prema II Kirchhoffovom zakonu, tj.: inducirani napon dinama = napon praznog hoda baterije + pad napona na R_p + pad napona u dinamu + pad napona na otporu baterije, odnosno u obliku jednadžbe

$$E = E_b + R_p \cdot I + R_u \cdot I + 40 \cdot R_a \cdot I.$$

Odavde ćemo dobiti

$$R_p = \frac{E - E_b - I\,(R_u + 40\,R_a)}{I} = \frac{E - E_b}{I} - R_u - 40R,$$

odnosno za konkretne vrijednosti

$$R_p = \frac{120\ \mathrm{V} - 40 \cdot 2{,}1\ \mathrm{V}}{5\ \mathrm{A}} - 0{,}12\,\Omega - 40 \cdot 0{,}005\,\Omega = 6{,}88\,\Omega.$$

Pri konstantnom otporu na početku punjenja teći će veća struja nabijanja jer protunapon akumulatora iznosi $40 \cdot 1{,}83$ V, tj. manji je od $40 \cdot 2{,}1$ V. Na kraju procesa nabijanja struja je manja, jer tada protunapon iznosi $40 \cdot 2{,}7\ \mathrm{V} = 108$ V. Uz konstantnu struju nabijanja potrebno je mijenjati otpor. Na početku je otpor veći a na kraju manji (sl. 23–6).

Gubitak snage na predotporu iznosi $\Delta P = R_p \cdot I^2 = 6{,}88\,\Omega \cdot 5^2\mathrm{A}^2 = 6{,}88\,\Omega \cdot 25\ \mathrm{A}^2 = 172$ W, a gubitak je snage u dinamu:

$$\Delta P_d = R_u \cdot I^2 = 0{,}12\,\Omega \cdot 25\ \mathrm{A}^2 = 3\ \mathrm{W}.$$

Gubitak snage u unutrašnjem otporu akumulatora iznosi: $\Delta P_a = R \cdot I^2 = 0{,}20\,\Omega \cdot 25\ \mathrm{A}^2 = 5$ W.

Snaga je dinama za vanjski krug:

$$P_o = E_b \cdot I + P_p + P_a = 84\text{ V} \cdot 5\text{ A} + 172\text{ W} + 5\text{ W} = 579\text{ W},\text{ a}$$

snaga potrebna isključivo za nabijanje iznosi: $P_n = E_b \cdot I = 420$ W. Ukupna je snaga dinama:

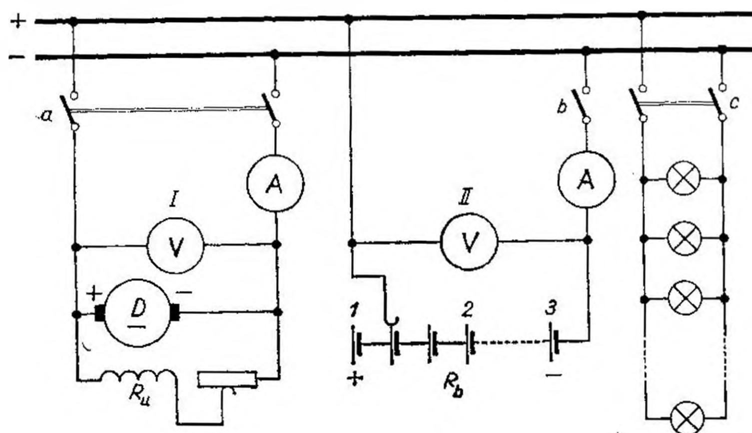
$$P = E \cdot I = 120\text{ V} \cdot 5\text{ A} = 600\text{ W}.$$

Korisnost nabijanja, tj. udio energije dinama koji se troši na nabijanje iznosi:

$$\eta = \frac{P_n}{P} = \frac{420\text{ W}}{600\text{ W}} = 0{,}70 = 70\ \%.$$

9 Dinamo kojemu je inducirani napon $E = 120$ V, a unutrašnji otpor $R_u = 0{,}09\ \Omega$, nabija akumulatorsku bateriju. Ova baterija sastavljena je od 55 akumulatora s unutrašnjim otporom R_b svaki po $0{,}01\ \Omega$.

Koliku struju daje dinamo pošto smo priključili baterije na dinamo, ako je napon jednog članka (akumulatora) pao na 1,8 V? Koliko se članaka postupno odvojilo kad je napon članaka dosegao maksimum od 2,7 V (sl. 23–7)?



Slika 23-7

Sniženje napona na 1,8 V pokazuje voltmetar II na stezaljkama baterije koja ima napon praznog hoda: $E_b = 55 \cdot 1{,}8\text{ V} = 99$ V. Nakon uključenja sklopki *a*, *b* i iskapčanja trošila sklopkom *c* započinje punjenje akumulatorske baterije. Za ovaj slučaj vrijedi II Kirchhoffov zakon:

$$E = E_b + I \cdot R_p + 55 \cdot I \cdot R_b$$

$$120\text{ V} = 99\text{ V} + I\,(0{,}09\ \Omega + 0{,}01\ \Omega \cdot 55).$$

Stoga struja punjenja iznosi:

$$I = \frac{120\ \text{V} - 99\ \text{V}}{0{,}09\ \Omega + 0{,}55\ \Omega} = \frac{21\ \text{V}}{0{,}64\ \Omega} = 32{,}8\ \text{A}.$$

Na kraju procesa punjenja mora biti odvojeno oko 10 članaka, jer je 120 V : : 2,7 V ≈ 45, odnosno 55 − 45 = 10 članaka. Pri pražnjenju se klizač preklopke pomiče u lijevo (sl. 23—7) da bi se serijski uključili daljnji članci kad dužim opterećenjem napon padne na tačkama *2* i *3*. Obrnuto pri nabijanju pomičemo preklopku u desno, jer manje članaka treba između tačaka *1* i *2*.

10 Motor-generator (asinhroni motor s pokretačem i dinamom) za proizvodnju istosmjernog napona 120 V nabija dvije paralelno spojene baterije. Prva baterija ima 45 članaka druga 40 članaka. Svaki članak ima unutrašnji otpor $R_b = 0{,}009\ \Omega$ i prosječni napon pri nabijanju od 2,1 V. Struje punjenja su $I_1 = 5$ A i $I_2 = 8$ A. Otpor dinama je malen i ne uzimamo ga u obzir. Treba izračunati veličinu predotpora R_1 i R_2.

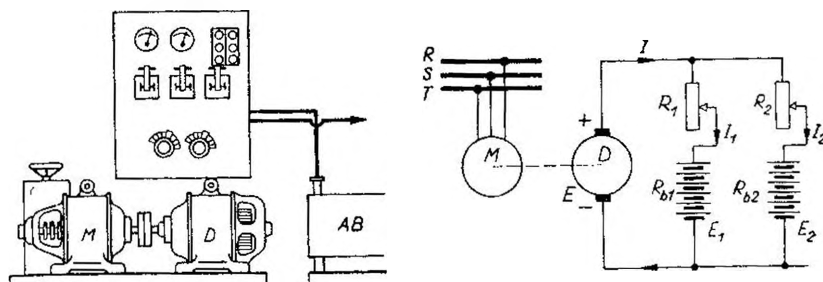
Unutrašnji otpor prve i druge baterije iznosi:

$$R_{b1} = 45 \cdot R_b = 45 \cdot 0{,}009\ \Omega = 0{,}405\ \Omega$$

$$R_{b2} = 40 \cdot 0{,}009\ \Omega = 0{,}36\ \Omega.$$

Srednji naponi praznog hoda baterija iznose:

$$E_1 = 45 \cdot 2{,}1\ \text{V} = 94{,}5\ \text{V};\ E_2 = 40 \cdot 2{,}1\ \text{V} = 84\ \text{V}.$$



Slika 23-8

Na shemi (sl. 23—8) vidimo složeni krug za koji vrijedi II Kirchhoffov zakon

$$E = E_1 + I_1 R_{b1} + I_1 R_1;\ 120\ \text{V} = 94{,}5\ \text{V} + 5\ \text{A} \cdot 0{,}405\ \Omega + 5\ \text{A} \cdot R_1$$

$$R_1 = \frac{1}{5\ \text{A}} (120\ \text{V} - 94{,}5\ \text{V} - 2{,}025\ \text{V}) = \frac{23{,}48\ \text{V}}{5\ \text{A}} = 4{,}69\ \Omega.$$

$$E = E_2 + I_2 R_{b2} + I_2 R_2;$$

$$120\ V = 84\ \text{V} + 8\ \text{A} \cdot 0{,}36\ \Omega + 8\ \text{A} \cdot R_2$$

$$R_2 = \frac{1}{8\ \text{A}}\,(120\ \text{V} - 84\ \text{V} - 2{,}88\ \text{V}) = \frac{33{,}12\ \text{V}}{8\ \text{A}} = 4{,}14\ \Omega.$$

Uz stalne otpore R_1 i R_2 struje su punjenja $I_1 = 5$ A i $I_2 = 8$ A. ali samo pri takvom stanju nabijanja kada napon svakog članka iznosi 2,1 V. Na kraju su nabijanja struje punjenja manje zbog toga jer su naponi članaka, koji djeluju suprotno naponu izvora veći (po 2,7 V). Uz primjenu regulacijskih otpornika struje nabijanja možemo držati konstantnima.

Zadaci

1. Koliko vremena moramo puniti bateriju kapaciteta 150 Ah strujom 25 A, ako je njena električna korisnost 85% (7 h)?

2. Akumulator ima tri pozitivne i četiri negativne ploče veličine 110 × 160 mm. Kolika je struja punjenja ako je maksimalno dopušteno opterećenje pozitivne ploče 0,8 A/dm^2 (8,4 A)?

24. Spajanje izvora

Pravila i formule

Izvore električne struje spajamo serijski i paralelno. Kombinirano (serijski-paralelno) spajamo uglavnom galvanske članke i akumulatore.

1. Pri *serijskom spajanju* vrijede ovi zakoni: rezultirajući napon praznog hoda E ili napon stezaljki U svih izvora jednak je zbroju napona praznog hoda ili napona stezaljki pojedinih izvora (članaka)

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \ldots; \quad U = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots$$

Rezultirajući otpor R serijski spojenih izvora jednak je zbroju otpora pojedinih izvora:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$$

Ovakvo se spajanje izvora primjenjuje da bismo dobili više napone. Struja izbijanja cijele baterije jednaka je pri tom struji izbijanja jednog izvora (članka).

2. Pri *paralelnom spajanju* je rezultirajući napon jednak naponu jednog izvora (članka) uz pretpostavku da je napon svih spojenih izvora jednak:

$$E = E_1 = E_2 = E_3 \ldots; \quad U = U_1 = U_2 = U_3 \ldots$$

Rezultirajuća unutrašnja vodljivost cijele grupe paralelno spojenih izvora jednaka je zbroju vodljivosti pojedinih članaka:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \ldots$$

Struja pražnjenja pri paralelnom spoju jednaka je zbroju struja pražnjenja pojedinih izvora. Paralelno spajamo onda kada nam je potreban veći kapacitet izvora (veći broj ampersati).

3. Pri kombiniranom (serijsko-paralelnom) spajanju potrebno je svaki slučaj posebno rješavati; slično kao kod serijsko-paralelnog spajanja otpora. To je spoj kojim se dobivaju naponi i kapacitet veći od napona i kapaciteta pojedinačnih članaka.

Vježbe

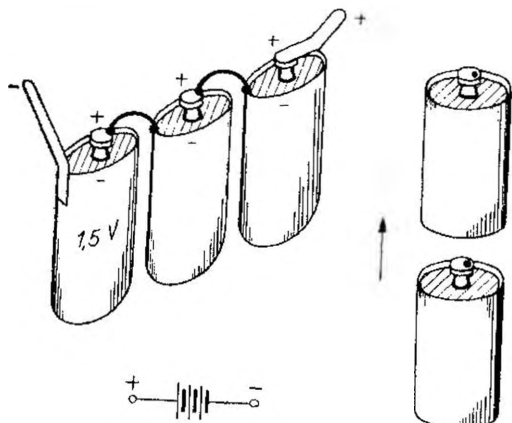
1 Plosnata baterija za džepnu svetiljku sastavljena od tri suha članka od po 1,5 V, koji su serijski spojeni (sl. 24—1). Koliki je rezultirajući napon i rezultirajući unutrašnji otpor, ako svaki članak ima unutrašnji otpor 0,3 Ω? Kolika je struja kratkog spoja?

$$E = 3 \cdot 1{,}5\ \text{V} = 4{,}5\ \text{V};\ R = 3 \cdot 0{,}3\ \Omega = 0{,}9\ \Omega.$$

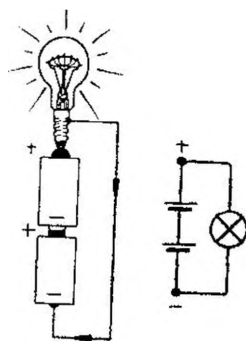
Pri direktnom spoju pozitivne i negativne elektrode bit će struja kratkog spoja:

$$I_k = \frac{E}{R} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{0{,}9\ \Omega} = 5\ \text{A},$$

jer je vanjski otpor jednak nuli.



Slika 24-1



Slika 24-2

2 Okrugla baterija za džepnu svetiljku sadržava dva suha, serijski spojena članka (ugljen se dotiče cinkove posudice, sl. 24—2) od po 1,5 V. Koliki je rezultirajući napon baterije? Koliki je rezultirajući otpor, ako je otpor jednog članka 0,3 Ω? Kolika je struja kratkog spoja? Koliku struju daje baterija maloj žaruljici koje je otpor $R_ž = 9{,}4\ \Omega$?

$$E = 2 \cdot 1{,}5\ \text{V} = 3\ \text{V};\ R = 2 \cdot 0{,}3\ \Omega = 0{,}6\ \Omega.$$

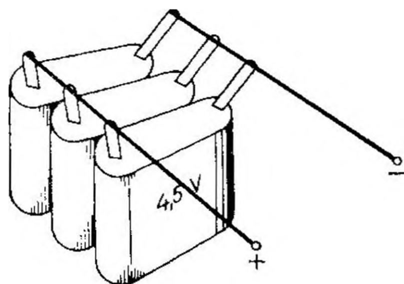
Struja kratkog spoja iznosi:

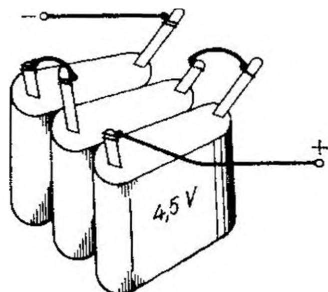
$$I_k = \frac{E}{R} = \frac{3\ \text{V}}{0{,}6\ \Omega} = 5\ \text{A};\quad I_ž = \frac{E}{R_ž + R} = \frac{3\ \text{V}}{9{,}4\ \Omega + 0{,}6\ \Omega} = 0{,}3\ \text{A}.$$

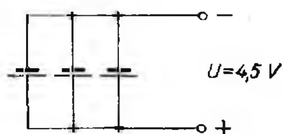
3 Tri džepne baterije svaka od 4,5 V, kojima je unutrašnji otpor 0,9 Ω, serijski su spojene. Koliki će biti napon i otpor? Kolika je struja kratkog spoja? Kolika će struja biti pri vanjskom otporu $R_ž$ = 10 Ω (sl. 24—3)?

$$E = 3 \cdot 4{,}5\ \mathrm{V} = 13{,}5\ \mathrm{V};\quad R = 3 \cdot 0{,}9\ \Omega = 2{,}7\ \Omega$$

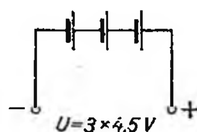
$$I_k = \frac{E}{R} = \frac{13{,}5\ \mathrm{V}}{2{,}7\ \Omega} = 5\ \mathrm{A};\qquad I_ž = \frac{E}{R+R_ž} = \frac{13{,}5\ \mathrm{V}}{12{,}7\ \Omega} = 1{,}06\ \mathrm{A}.$$







Slika 24-3



Slika 24-4

4 Spojimo li tri džepne baterije napona 4,5 V i unutrašnjeg otpora od po 0,9 Ω paralelno! Koliki će biti rezultirajući napon i otpor? Kolika će biti struja kratkog spoja? Kolika će biti struja uz vanjski otpor $R_ž$ = 10 Ω (sl. 24—4)?

Rezultirajući napon E jednak je naponu jedne baterije, tj. E = 4,5 V. Rezultirajući otpor iznosi: R = 0,9 Ω : 3 = 0,3 Ω. Struja kratkog spoja je

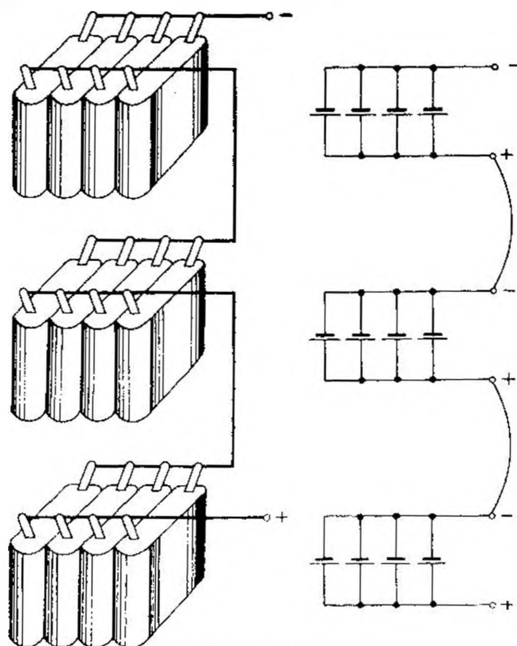
$$I_k + \frac{E}{R} = \frac{4{,}5\ \mathrm{V}}{0{,}3\ \Omega} = 15\ \mathrm{A}$$

$$I = \frac{E}{R+R_ž} = \frac{4{,}5\ \mathrm{V}}{(0{,}3+10)\ \Omega} = \frac{4{,}5\ \mathrm{V}}{10{,}3\ \Omega} = 0{,}43\ \mathrm{A}.$$

Pri paralelnom spajanju izvora unutrašnji je otpor manji, a struja kratkog spoja veća negoli kod serijskog spajanja. Trideset ili više baterija spojenih paralelno daju pri istom ukupnom otporu istu struju. Veći broj paralelno spojenih baterija

daje veći kapacitet (Ah), tj. omogućuje duže trajanje pražnjenja i dobivanje jačih struja. Struja jednoga članka je ograničena i onda kada cijeli otpor kruga omogućuje veću struju prema Ohmovom zakonu.

5 Spojite serijski-paralelno (miješano) dvanaest baterija napona 4,5 V i unutrašnjeg otpora 0,9 Ω tako da cijela kombinacija ima napon E = 13,5 V (sl. 24–5).



Slika 24-5

Serijski spojenih grupa baterija bit će: 13,5 : 4,5 = 3. Svaka grupa (blok) imat će paralelno spojenih baterija 12 : 3 = 4. Sada ćemo 4 baterije spojiti paralelno i dobit ćemo 3 bloka po 4,5 V koje ćemo serijski spojiti i kombinirati. Kombinacija ima 3 × 4,5 V = 13,5 V.

Rezultirajući unutrašnji otpor serijsko–paralelnog spoja je:

$$R_u = 3\frac{R}{4} = 3\frac{0,9\ \Omega}{4} = 0,675\ \Omega.$$

Struja kratkog spoja iznosi:

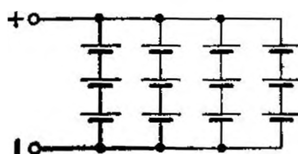
$$I_k = 13,5\ \text{V}/0,675\ \Omega = 20\ \text{A}.$$

Jakost struje će uz vanjski otpor $R_1 = 10\,\Omega$ iznositi:

$$I = \frac{E}{R_u + R_1} = \frac{13{,}5\ \text{V}}{(0{,}675+10)\ \Omega} = 1{,}26\ \text{A}.$$

6 Spojite drukčije (sl. 24—6) serijsko-paralelno baterije prema prijašnjem primjeru.

Trebamo napon $E = 13{,}5$ V iz baterije po 4,5 V, tj. 13,5 : 4,5 V = 3; baterije ćemo spojiti serijski u jedan blok. Od 12 baterija možemo sastaviti 4 takva bloka i paralelno ih spojiti. Jedan blok ima unutrašnji otpor $3 \cdot 0{,}9\,\Omega = 2{,}7\,\Omega$.

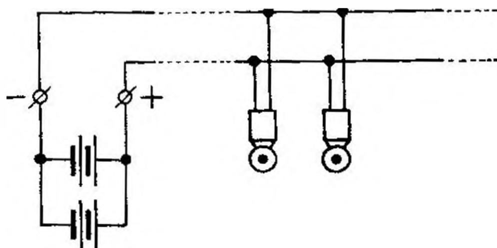


Slika 24-6

Četiri bloka paralelno spojena imaju rezultirajući otpor od $R_u = 2{,}7\,\Omega/4 = 0{,}675\,\Omega$. Ostali rezultati isti su kao u prethodnom zadatku.

Pri kombiniranom spajanju baterije-članke možemo najprije spojiti paralelno u blok, i zatim serijski, ili pak baterije možemo najprije spojiti serijski u blok za odgovarajući napon, a onda paralelno.

7 Signalni uređaj s električnim zvoncima ima 10 zvonaca, vod s ukupnim otporom $R_v = 2\,\Omega$ i izvor istosmjerne struje sastavljen od suhih baterija po 4,5 V i $0{,}9\,\Omega$. Zvonce je za 3 V i 0,2 A. Kakav spoj i koliko ćemo koristiti članaka (sl. 24—7)?



Slika 24-7

Izvor struje mora dati ukupnu struju $I_v = 10 \cdot 0{,}2\ \text{A} = 2\ \text{A}$. Da se baterije ne bi brzo istrošile, spojit ćemo dvije baterije paralelno, tako da svaka daje samo dopuštenu struju (približno) 1 A.

Unutrašnji je otpor paralelnog bloka: $R_p = 0{,}9\,\Omega/2 = 0{,}45\,\Omega$. Zvonce ima otpor $R_z = 3\,V/0{,}2\,A = 15\,\Omega$, a 10 paralelno spojenih zvonaca ima otpor $R_z/10 = 15\,\Omega/10 = 1{,}5\,\Omega$.

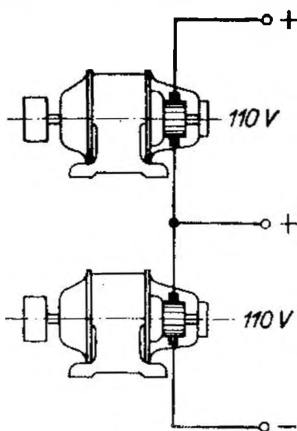
Da bismo dobili rezultirajuću struju $I_v = 2\,A$, mora biti n serijski spojenih baterija. Vrijedi:

$$I_v = \frac{n \cdot 4{,}5\ V}{R_v + \frac{R_z}{10} + n \cdot R_p}; \qquad 2\,A = \frac{n \cdot 4{,}5\ V}{2\Omega + 1{,}5\Omega + n\ 0{,}45\Omega} = \frac{4{,}5 \cdot n}{3{,}5 + 0{,}45\ n}$$

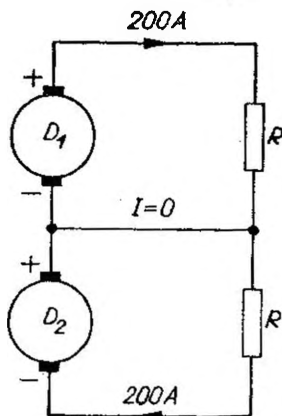
$$7 + 0{,}9 \cdot n = 4{,}5 \cdot n;\ n = 1{,}9 \approx 2.$$

Dvije baterije po 4,5 V spojit ćemo paralelno u blok, a dva takva bloka spojit ćemo zatim serijski, ili pak dvije baterije spojit ćemo serijski u blok a dva bloka paralelno prema sl. 24—7.

8 Dinamo D_1 napona $U = 110$ V i $I = 200$ A te unutrašnjeg otpora $R_1 = 0{,}2\,\Omega$ serijski je spojen s dinamom D_2 napona $U = 110$ V, $I = 200$ A i $R_2 = 0{,}15\,\Omega$. Koliki je rezultirajući napon stezaljki, koliki su inducirani naponi E, kolike snage i struje možemo dobiti između krajnjih vodiča i između krajnjih vodiča i nul-vodiča (sl. 24—8 i 24—9)?



Slika 24-8



Slika 24-9

Dinama daju energiju u trovodni istosmjerni sistem. Rezultirajući napon između krajnjih vodiča iznosi $2 \cdot 110\ V = 220\ V$, a inducirani naponi:

$$E_1 = U + I \cdot R_1 = 110\ V + 200\ A \cdot 0{,}2\,\Omega = 150\ V$$

$$E_2 = U + I \cdot R_2 = 110\ V + 200\ A \cdot 0{,}15\,\Omega = 140\ V.$$

Snaga između krajnjih vodiča iznosi:

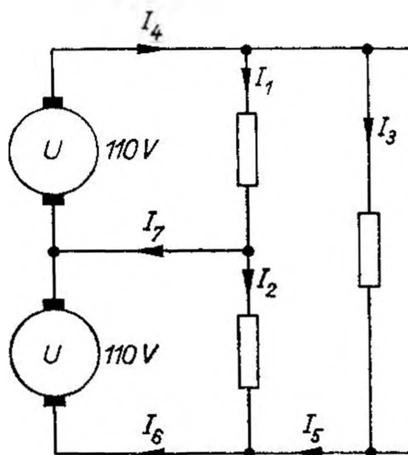
$$P = I \cdot 2\,U = 200\ \text{A} \cdot 220\ \text{V} = 44\,000\ \text{VA} = 44\ \text{kW},$$

a snaga između krajnjeg i nul-vodiča:

$$P_0 = I \cdot U = 200\ \text{A} \cdot 110\ \text{V} = 22\ \text{kW}.$$

Sl. 24–9 pokazuje put struje. Nul-vodičem ne teče nikakva struja uz pretpostavku jednakog opterećenja (otpora R) obje grane. Pri nejednolikom opterećenju teče nul-vodičem razlika struja. Nul-vodič je spojen s plus-polom donje grane i s minus-polom gornje grane.

9 Kolike su struje I_4, I_5, I_6 i I_7 u mreži u kojoj su dinama od po 110 V serijski spojena, ako su poznate struje opterećenja $I_1 = 80$ A, $I_2 = 70$ A i $I_3 = 150$ A (sl. 24–10)?



Slika 24-10

$$I_4 = I_1 + I_3 = 80\ \text{A} + 150\ \text{A} = 230\ \text{A}; \quad I_5 = I_3 = 150\ \text{A}$$

$$I_6 = I_2 + I_3 = 70\ \text{A} + 150\ \text{A} = 220\ \text{A}$$

$$I_7 = I_1 - I_2 = 80\ \text{A} - 70\ \text{A} = +\,10\ \text{A}.$$

(Minus znači smjer strelice u lijevo).

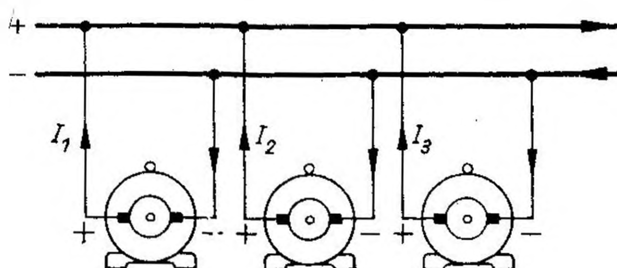
10 Tri dinama rade paralelno i daju istosmjernoj mreži ($U = 110$ V) struje $I_1 = 200$ A, $I_2 = 250$ A i $I_3 = 350$ A. Koliki su inducirani naponi i snage pojedinih dinama, ako su njihovi unutrašnji otpori ovi: $R_1 = 0{,}15\ \Omega$, $R_2 = 0{,}1\ \Omega$ i $R_3 = 0{,}08\ \Omega$ (sl. 24–11)?

Svi dinami imaju jednake napone stezaljki kao i mreža, tj. $U = 110$ V. Jaču odnosno slabiju struju opterećenja dinama dobivamo promjenom uzbude, odnosno promjenom induciranog napona E.

$$E_1 = U + I_1 R_1 = 110\,\text{V} + 200\,\text{A} \cdot 0{,}15\,\Omega = 140\,\text{V}$$

$$E_2 = U + I_2 R_2 = 110\,\text{V} + 250\,\text{A} \cdot 0{,}1\,\Omega = 135\,\text{V}$$

$$E_3 = U + I_3 R_3 = 110\,\text{V} + 350\,\text{A} \cdot 0{,}08\,\Omega = 138\,\text{V}.$$



Slika 24-11

Pripadne snage svakog od dinama iznose:

$$P_1 = I_1 U = 200\,\text{A} \cdot 110\,\text{V} = 22\,\text{kW}$$

$$P_2 = I_2 U = 250\,\text{A} \cdot 110\,\text{V} = 27{,}5\,\text{kW}$$

$$P_3 = I_3 U = 350\,\text{A} \cdot 110\,\text{V} = 38{,}5\,\text{kW}.$$

Između dinama ne smije teći struja. Svi imaju jednake napone stezaljki. Naponi dinama ne smiju pasti ispod napona mreže (110 V), tj. ispod napona stezaljki ostalih dinama ni onda, kad dinamo ne daje nikakvu struju. Jaču struju dobit ćemo povišenjem induciranog napona tako da napon stezaljki ostane isti.

11 Kako ćemo spojiti stezaljke dvaju akumulatora napona 4 V, s unutrašnjim otporom od po 0,02 Ω, da krugom, kojega je otpor $R = 0{,}26\,\Omega$, teče maksimalna struja?

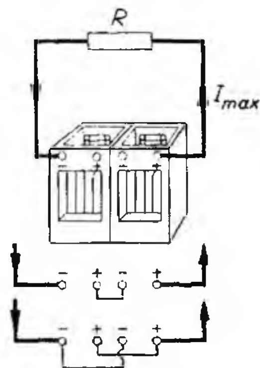
Na slici 24—12 vidimo dvije sheme spoja. Dva izvora možemo spojiti samo serijski ili paralelno. Pri serijskom spoju je ukupna struja:

$$I_u = \frac{2 \cdot 4\ \text{V}}{2 \cdot 0{,}02\Omega + 0{,}26\Omega} = \frac{0\ \text{V}}{0{,}3\ \Omega} = 26{,}66\ \text{A},$$

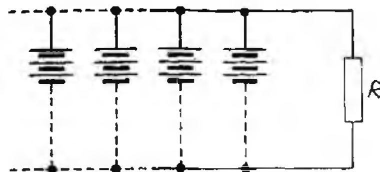
a pri paralelnom spoju:

$$I_p = \frac{4\ \text{V}}{\frac{0{,}02\ \Omega}{2} + 0{,}26\ \Omega} = \frac{4\ \text{V}}{0{,}27\ \Omega} = 14{,}81\ \text{A}.$$

Uz relativno veći unutrašnji otpor izvora (u odnosu na vanjski otpor) struja je jača; pri paralelnom spoju to je obrnuto.



Slika 24-12



Slika 24-13

12 Kako moramo spojiti 18 suhih baterija, ako svaka ima 4,5 V i unutrašnji otpor $R_u = 0{,}9\ \Omega$, da krugom, kojemu je otpor $R = 1{,}8\ \Omega$, teče maksimalna struja (sl. 24—13)?

Pri paralelnom spoju struja će biti:

$$I = \frac{4{,}5\ \text{V}}{\frac{R_u}{18} + R} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{\frac{0{,}9\ \Omega}{18} + 1{,}8\ \Omega} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{1{,}85\ \Omega} = 2{,}43\ \text{A}.$$

Pri kombiniranom spoju neka je broj serijski spojenih baterija n, a paralelno spojenih baterija p. Napon kombiniranog spoja iznosi:

$E = n \cdot 4{,}5$ V, a rezultirajući je unutrašnji otpor kombinirano spojenih izvora:

$$R_s = \frac{n \cdot R_u}{p}.$$

Rezultirajuća struja je:

$$I = \frac{E}{R_s} = \frac{n \cdot 4{,}5\ \text{V}}{\frac{n \cdot R_u}{p} + R}.$$

U ovom slučaju vrijedi pravilo da krugom teče najveća struja onda, kada je vanjski otpor jednak unutrašnjem otporu izvora, tj. $nR_u/p = R$, odnosno $0{,}9\ n/p = 1{,}8$ ili $n/p = 2$. Budući da je umnožak serijski i paralelno spojenih baterija jednak ukupnom broju baterija, to je $np = 18$. S pomoću jednadžbi $n = 2\,p$ i $np = 18$ dobit ćemo:

$$2\,p \cdot p = 18 = 2\,p^2 = 18$$

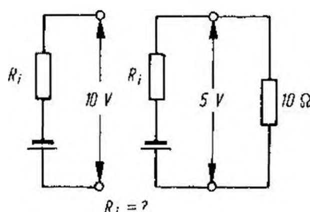
$$p^2 = 18/2 = 9;\ p = \sqrt[2]{9} = 3;\ n = 2p = 6.$$

Prema tome tri su baterije spojene paralelno a serijski spojenih grupa je 6. Možemo spojiti 6 baterija serijski u 3 skupine, koje ćemo zatim spojiti paralelno (sl. 24—13). Struja je pri takvom spoju:

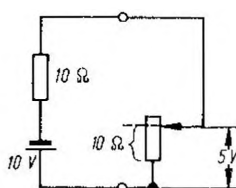
$$I = \frac{6 \cdot 4{,}5\ \text{V}}{\frac{6{,}09\ \Omega}{3} + 1{,}8\ \Omega} = \frac{27\ \text{V}}{1{,}8\ \Omega + 1{,}8\ \Omega} = \frac{27\ \text{V}}{3{,}6\ \Omega} = 7{,}5\ \text{A}.$$

Vidimo da maksimalnu struju nećemo dobiti samo povišenjem napona, već i i smanjenjem unutrašnjeg otpora kombiniranog spoja baterija.

13 Na priključnicama neopterećenog izvora izmjeren je napon od 10 V. Ako se izvor optereti otporom od 10 Ω na priključnicama past će na 5 V (sl. 24—14). Koliki je unutarnji otpor izvora?



Slika 24-14

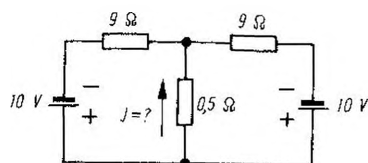


Slika 24-15

Napon neopterećenog izvora njegova je elektromotorna sila. Ako je polovica elektromotorne sile na opteretnom otporu, druga je polovica na unutarnjem otporu. Budući da kroz oba otpora teče ista struja, jednakim naponima odgovaraju jednaki otpori (sl. 24—15). To znači da unutarnji otpor izvora ima vrijednost od 10 Ω.

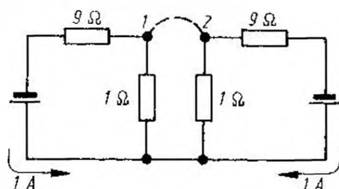
Napomenimo, da ovaj primjer pokazuje metodu kako se mjeri unutarnji otpor nekog izvora. Najprije se izmjeri napon neopterećenog izvora. Zatim se izvor optereti promjenljivim otporom, na kojemu se mjeri napon. Otpor se mijenja dotle dok napon na njemu postane jednak polovici napona neopterećenog izvora. *Vrijednost tako ugođenoga opteretnog otpora u isti mah je i vrijednost unutarnjeg otpora izvora.*

14 Dva izvora s elektromotornim silama od 10 V tjeraju svaki preko otpora od 9 Ω struju kroz otpor od 0,5 Ω (sl. 24—16). Kolika struja teče kroz taj otpor?



Slika 24-16

Otpor od 0,5 Ω možemo rastaviti na dva paralelno spojena otpora, svaki od 1 Ω (slika 24 – 17). Točke 1 i 2 na istom su potencijalu i ne moraju biti spojene tj. ništa se električki ne mijenja bile one spojene ili ne. Svaki od izvora tjera sada struju kroz otpor od 10 Ω, što daje struju od 1 A. Kroz oba otpora od 1 Ω zajedno teče struja od 2 A i to je tražena struja.



Slika 24-17

15 Koliki je unutrašnji otpor, napon praznog hoda, struja i napon na priključnicama, ako 5 članaka s naponom praznog hoda od 4,5 V, unutarnjeg otpora 0,2 Ω spojimo serijski, paralelno i tako novo stvorenu bateriju opteretimo omskim otporom od 3,5 Ω.

Serijski spoj:

Unutrašnji otpor

$$R_i = nR_{i_1} = 5 \cdot 0{,}2 = 1\ \Omega.$$

Napon praznog hoda iznosi

$$E = nE_1 = 5 \cdot 4{,}5 = 22{,}5\ \text{V}.$$

Struja je jednaka

$$I = \frac{E}{R_i + R} = \frac{22{,}5}{1 + 3{,}5} = 5\ \text{A}.$$

Napon na priključnicama iznosi

$$U = E - IR_i = 22{,}5 - 5 \cdot 1 = 17{,}5\ \text{V}.$$

Paralelni spoj:

Unutrašnji otpor

$$R_i = \frac{R_i}{n} = \frac{0{,}2}{5} = 0{,}04\,\Omega.$$

Napon praznog hoda je

$$E = E_1 = 4{,}5\ \text{V}.$$

Struja iznosi

$$I = \frac{E}{R_i + R} = \frac{4{,}5}{0{,}04 + 3{,}5} = 1{,}27\ \text{A}.$$

Napon na priključnicama iznosi

$$U = E - R_i I = 4{,}5 - 0{,}04 \cdot 1{,}27 = 4{,}45\ \text{V}.$$

KAPACITET. KONDENZATOR. ELEKTRIČNA ČVRSTOĆA IZOLATORA

25. Izračunavanje kapaciteta kondenzatora

Pravila i formule

Kapacitet je sposobnost kondenzatora da primi (nagomila i zadrži) količinu elektrike (naboj) Q.

Kondenzator je u suštini uređaj koji se sastoji od dvije (ili više) elektroda, između kojih se nalazi električni izolator-dielektrik. Ako se elektrode priključe na izvor napona U, u kondenzatoru će se nagomilati elektrika Q. S porastom napona U izravno raste i Q prema jednadžbi:

$$Q = C \cdot U \text{ ili } C = Q/U.$$

Konstantu C nazivamo električnim kapacitetom.

Kapacitet kondenzatora ovisi o geometrijskom rasporedu elektroda, o razmaku među elektrodama d i o dielektričnosti ε (grčko slovo epsilon) izolatora koji se nalazi među elektrodama. Najmanju dielektričnost ima vakuum (praktički je to isto za zrak):

$$\varepsilon = \varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m} .$$

Konstantu ε_0 nazivamo influencijskom konstantom ili dielektričnošću vakuuma

Relativna dielektričnost ε_r je broj koji pokazuje koliko je puta dielektričnost neke tvari ε veća od dielektričnosti vakuuma ε_0. Vrijedi, dakle, odnos:

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0.$$

Vrijednosti ε_r nekih tvari navedene su u tablici 5 na str. 204

Kapacitet C mjeri se jedinicom farad (kratica je F). Ova jedinica povezana je s ostalim elektromagnetskim jedinicama ovako:

$$\text{farad} = \text{F} = \text{C/V} = \text{As/V}.$$

Kapacitet 1 F ima kondenzator u kojem se uz napon 1 V nagomila naboj 1 coulomb. Farad je veoma velika jedinica i zato u praksi koristimo mnogo manje jedinice:

$$1 \text{ F} = 10^6 \text{ mikrofarada} = 10^6 \ \mu\text{F}$$

$$1 \ \mu\text{F} = 10^6 \text{ pikofarada} = 10^6 \text{ pF}$$

$$1\ \text{nF} = 1\ \text{nanofarad} = 10^3\ \text{pF}$$

$$1\ \text{pF} = 10^{-6}\ \mu\text{F} = 10^{-3}\ \text{nF}$$

$$1\ \text{pF} = \text{milijuntina farada}\ 10^{-12}\ \text{F}$$

$$(1\ \text{pF} = 0{,}9\ \text{cm};\ 1\ \text{cm} = 1{,}1\ \text{pF}).$$

Kapacitet pločastog kondenzatora (između dvije ravne paralelne pločaste elektrode nalazi se dielektrik) računamo s pomoću formule:

$$C = \frac{\varepsilon S}{d},$$

gdje je ε dielektričnost, S površina jedne od ploča, a d razmak među pločama, tj. debljina dielektrika. Ako kondenzator ima n ploča (sl. 25—2), kapacitet je $(n-1)$ puta veći:

$$C = (n-1)\frac{\varepsilon S}{d}.$$

Kapacitet kugle polumjera R računamo s pomoću izraza

$$C = 4\pi\varepsilon R.$$

Pri računanju moramo paziti da uvijek odaberemo ispravnu vrijednost dielektričnosti ε. Ako je između elektroda zrak, onda uzimamo $\varepsilon = \varepsilon_o = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ F/m.

Vježbe

1 Koliki kapacitet u μF ima zemaljska kugla, kojoj je polumjer oko $R = 6\,400$ km?

$$C = 4\pi\varepsilon R = 4\pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 6{,}4 \cdot 10^6\ \text{m}$$

$$C = 712 \cdot 10^{-6}\ \text{F} = 712\ \mu\text{F}.$$

Vidimo da kapacitet kugle velike kao što je Zemlja možemo načiniti s pomoću relativno malog broja blok-kondenzatora po 4 μF, i to 712 : 4 = 178 kondenzatora

2 Treba izračunati kapacitet kondenzatora koji je načinjen od dvije ploče; svaka od njih ima površinu $S = 120\ \text{cm}^2$. Ploče su odijeljenje zračnim slojem debljine $d = 0{,}5$ cm (sl. 25—1).

$$C_o = \frac{\varepsilon_o S}{d} = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot \frac{120\ \text{cm}^2}{0{,}5\ \text{cm}} = 21{,}2 \cdot 10^{-12}\text{F} = 21{,}2\ \text{pF}.$$

3 Kondenzator iz primjera 2 uzastopno ćemo ispuniti parafiniranim papirom s dielektričnošću $\varepsilon_r = 4$, nakon toga staklom ($\varepsilon_r = 7$), ljepilom za drvo ($\varepsilon_r = 2$) i tinjcem ($\varepsilon_r = 8$). Treba izračunati kapacitet kondenzatora s navedenim dielektricima.

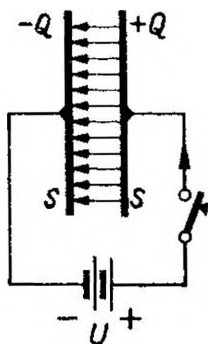
U primjeru 2 relativna dielektričnost je bila $\varepsilon_r = 1$, jer je $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$, a za zrak (vakuum) je $\varepsilon = \varepsilon_0$. Pripadni kapacitet bio je $C_0 = \varepsilon_0 S/d = 21{,}2$ pF. Općenito je kapacitet pločastog kondenzatora $C = \varepsilon S/d = \varepsilon_r \varepsilon_0 S/d$, dakle $C = \varepsilon_r C_0$. S pomoću ovog izraza za kapacitet kondenzatora s drugim dielektricima dobivamo:

s papirom $C = 4 \cdot C_0 = 4 \cdot 21{,}2 \text{ pF} = 84{,}8 \text{ pF}$,

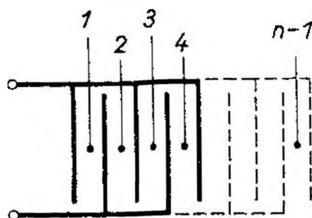
sa staklom $C = 7 \cdot C_0 = 7 \cdot 21{,}2 \text{ pF} = 148{,}4 \text{ pF}$,

s ljepilom $C = 2 \cdot C_0 = 2 \cdot 21{,}2 \text{ pF} = 42{,}4 \text{ pF}$,

s tinjcem $C = 8 \cdot C_0 = 8 \cdot 21{,}2 \text{ pF} = 169{,}6 \text{ pF}$.



Slika 25-1



Slika 25-2

4 Koliki je kapacitet zračnog promjenljivog kondenzatora za radio-prijemnik koji ima 20 ploča i ukupnu površinu od 20 cm², a udaljenost između ploča iznosi 0,6 mm (sl. 25–2)?

$$C = \frac{(n-1)\,\varepsilon_0 S}{d} = \frac{(20-1) \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \dfrac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 20 \text{ cm}^2}{0{,}6 \text{ mm}}$$

$$C = \frac{19 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \dfrac{\text{F}}{100 \text{ cm}} \cdot 20 \text{ cm}^2}{0{,}06 \text{ cm}} = 5{,}61 \cdot 10^{-10} \text{ F} = 561 \text{ pF}.$$

Broj pojedinih kondenzatora na sl. 25–2 nije jednak broju ploča n, već n-1. Važan je broj dielektrika 1, 2, 3, 4, a ne broj ploča kojih na slici ima 5. Površina S u formuli nije površina cijele ploče, već površina zajednička s površinama ostalih ploča.

5 Blok-kondenzator kapaciteta $C = 2\,\mu F$ sastoji se od dvije staniolske trake S i dvije trake dielektrika od parafiniranog papira P s dielektričnom konstantom $\varepsilon_r = 6$. Trake su toliko stlačene da udaljenost između obloga iznosi $d = 0{,}1$ mm. Obloge su motane u svitak (sl. 25–3). Treba izračunati potrebnu dužinu jedne trake staniola, ako je njena širina $š = 4$ cm.



Slika 25-3

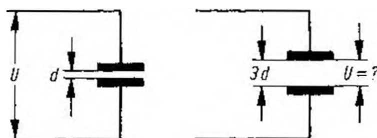
Najprije ćemo izračunati površinu S jedne trake prema jednadžbi $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 S/d$. Odavde je $S = Cd/\varepsilon_r \varepsilon_0$, odnosno konkretno ($C = 2\,\mu F = 2 \cdot 10^{-6}$ F; $d = 0{,}1$ mm $= 10^{-4}$ m).

$$S = \frac{2 \cdot 10^{-6}\ \text{F} \cdot 10^{-4}\ \text{m}}{6 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \text{F/m}} = 3{,}76\ \text{m}^2.$$

Budući da je površina trake $S = šl$, onda je

$$l = \frac{S}{š} = \frac{3{,}76\ \text{m}^2}{2 \cdot 4\ \text{cm}} = \frac{3{,}76\ \text{m}^2}{2 \cdot 0{,}04\ \text{m}} = 47\ \text{m}.$$

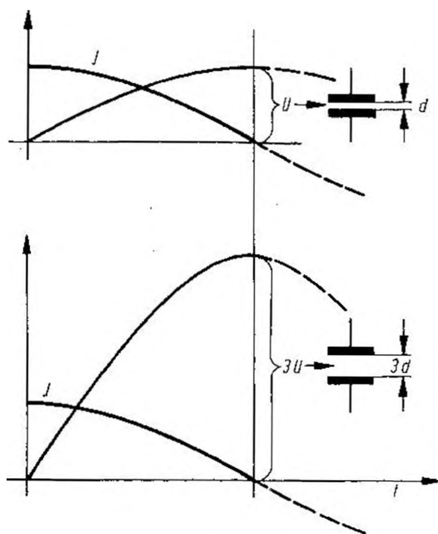
6 Neki kondenzator nabijen je na napon U. Što se događa s naponom na tom kondenzatoru ako se razmak između ploča poveća tri puta (slika 25–4)?



Slika 25-4

Pretpostavit ćemo da je kondenzator nabijen djelovanjem sinusnog napona u četvrtini periode (sl. 25–5). Kad je napon postigao amplitudu U, proces nabijanja je zaustavljen. Struja nabijanja ima također oblik četvrtsinusoide. Količina električnog naboja privedenog kondenzatoru ovisi o jakosti struje i o vremenu toka struje, iz čega izlazi da je površina ispod dijagrama struje razmjerna količini privedenog naboja. Razmicanjem ploča količina naboja se nije promijenila, što znači da spomenuta površina ostaje ista. Budući da uz tri puta veći razmak između ploča postaje kapacitet kondenzatora tri puta manji, a time kapacitivni otpor tri puta veći, potrebno je privesti tri puta veći napon da se

protjera ista struja, odnosno da se u isto vrijeme dovede ista količina naboja. Amplituda napona je, dakle, tri puta veća. Zaključak: razmicanjem ploča nabijenog kondenzatora na tri puta veći razmak napon među pločama povećat će se tri puta.



Slika 25-5

To je jedan način razmišljanja o tom problemu. Rezultat se može dobiti i na jednostavniji način. Naboj kondenzatora jednak je umnošku kapaciteta i napona:

$$Q = C \cdot U.$$

Ako je uz isti naboj kapacitet postao tri puta manji, mora napon biti tri puta veći:

$$Q = \frac{C}{3} \cdot 3U.$$

Uz isti naboj, ali veći napon, kondenzator sadrži veću količinu električne energije! Odakle ta povećana energija? Ona je dobivena time što je za razmicanje ploča potrebno utrošiti rad, jer se ploče privlače!

26. Rezultirajući kapacitet spojenih kondenzatora

Pravila i formule

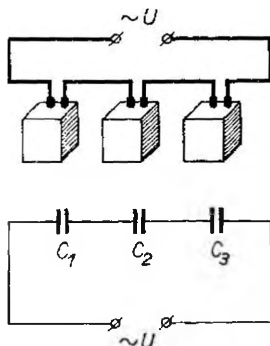
Kao i otpornici, tako se i kondenzatori spajaju serijski, paralelno i kombinirano. Rezultirajući kapacitet C *serijski* spojenih kondenzatora (sl. 26—1) kapaciteta C_1, C_2, C_3 . . . računa se prema formuli:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots$$

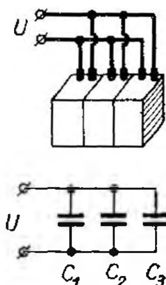
Paralelnim spajanjem istih kondenzatora dobiva se veći rezultirajući kapacitet C (sl. 26—2):

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$$

Pri *kombiniranom* (serijsko-paralelnom) spajanju proračun se obavlja postupno navedenim formulama, a shema pojednostavljuje sve dok se ne svede na jedan kondenzator rezultirajućeg kapaciteta.



Slika 26-1



Slika 26-2

Vježbe

1 Blok-kondenzatore kapaciteta $C_1 = 2\ \mu F$, $C_2 = 1\ \mu F$ i $C_3 = 4\ \mu F$ spojit ćemo serijski i paralelno (sl. 26—1 i 26—2). Usporedimo izračunate rezultirajuće kapacitete.

Serijski spoj kondenzatora daje rezultirajući kapacitet:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{2\ \mu F} + \frac{1}{1\ \mu F} + \frac{1}{4\ \mu F}$$

$$\frac{1}{C_s} = \frac{7}{4\ \mu F} \qquad C_s = \frac{4\ \mu F}{7} \approx 0{,}57\ \mu F.$$

Rezultirajući kapacitet je manji od kapaciteta najmanjeg kondenzatora 1 μF kojeg smo spojili serijski.

Paralelni spoj daje rezultirajući kapacitet od

$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 = 2\ \mu F + 1\ \mu F + 4\ \mu F = 7\ \mu F.$$

2 Treba izračunati kapacitet blok-kondenzatora sastavljenog od kondenzatora kapaciteta $C_1 = 2\ \mu F$, $C_2 = 1\ \mu F$ i $C_3 = 4\ \mu F$, spojenih prema sl. 26—3.

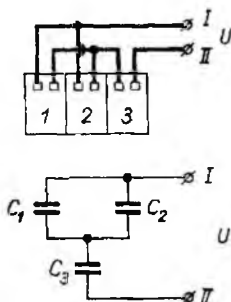
Rezultirajući kapacitet paralelno spojenih kondenzatora C_1 i C_2 bit će:

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 2\ \mu F + 1\ \mu F = 3\ \mu F.$$

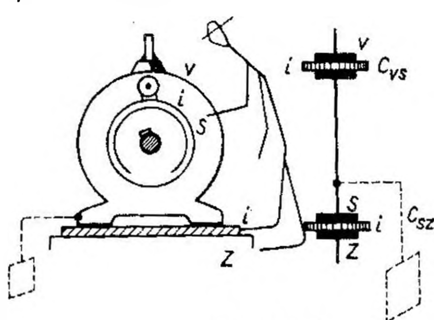
Kondenzator C_{12} i C_3 spojeni su serijski:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{3\ \mu F} + \frac{1}{4\ \mu F} = \frac{7}{12\ \mu F}$$

$$C = \frac{12\ \mu F}{7} = 1{,}71\ \mu F.$$



Slika 26-3



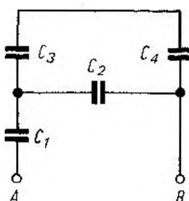
Slika 26-4

3 Izolirani vodiči čine kondenzator u električnom stroju sa željeznim kućištem. Stroj je izoliran od zemlje. Nacrtajte shemu spoja kapaciteta (sl. 26—4).

Vodič *v* čini jednu oblogu kondenzatora C_{vs}, izolacija *i* vodiča je dielektrik, a željezni stator je druga obloga kondenzatora C_{vs} te istodobno prva obloga drugog kondenzatora C_{sz}. Stroj je izoliran od zemlje izolacijom *i*; ta je izolacija dielektrik drugog kondenzatora, koji kao drugu oblogu ima vodljivu zemlju.

Kondenzatori C_{vs} i C_{sz} spojeni su serijski. Napon vodiča prema zemlji se u tom slučaju razdijeli na dva kondenzatora: C_{vs} i C_{sz}. Napon kondenzatora C_{sz} može pri dodiru biti pogibeljan za montera koji premošćuje kondenzator C_{sz}, tj. svojim tijelom spaja vodič *s* s vodljivom zemljom *z*. Zato kućište stroja *s* moramo žicom i pločom vodljivo spojiti sa zemljom da bismo tako odveli naboj od kućišta stroja u zemlju.

4 Četiri kondenzatora spojena su prema slici 26–5. Izračunajte rezultirajući kapacitet između priključnica A i B, ako je kapacitet pojedinih kondenzatora ovaj: $C_1 = 200$ pF, $C_2 = 100$ pF, $C_3 = 300$ pF, $C_4 = 600$ pF.



Slika 26-5

$$C_{34} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = \frac{3 \cdot 10^2 \cdot 6 \cdot 10^2}{3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^2} = \frac{18 \cdot 10^4}{9 \cdot 10^2} = 200 \text{ pF}$$

$$C_{234} = (C_2 + C_{34}) = (100 + 200) = 300 \text{ pF}$$

$$C_R = \frac{C_{234} \cdot C_1}{C_{234} + C_1} = \frac{3 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^2}{3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^2} = 1{,}2 \cdot 10^2 = 120 \text{ pF}.$$

Zadaci

1. Koliki je rezultirajući kapacitet grupe kondenzatora kapaciteta $C_1 = 100$ pF, $C_2 = 300$ pF, $C_3 = 500$ pF, $C_4 = 1\,000$ pF i $C_5 = 3\,000$ pF, ako ih spojimo a) serijski, b) paralelno (60 pF; 4 900 pF)?

2. Koliki je rezultirajući kapacitet kondenzatora $C_1 = 200$ pF, $C_2 = 1\,000$ pF, $C_3 = 600$ pF, ako su kondenzatori C_1 i C_2 spojeni paralelno, a na njih se serijski nadovezuje kondenzator C_3 (400 pF)?

27. Izračunavanje električnog naprezanja izolacije

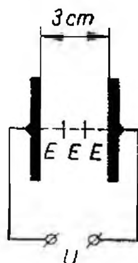
Pravila i formule

Ako postupno povisujemo napon U između ploča (vodiča), jakost elektrostatskog polja E također se povećava sve dok ne preskoči iskra, tj. izolaciju (dielektrik) probije. *Jakost elektrostatskog polja E, pri kome se izolator probije,* nazivamo *električnom čvrstoćom izolacije.* Električnu čvrstoću mjerimo naponom koji otpada na jedinicu debljine izolacije, tj. V/m, V/cm, kV/cm itd. Na primjer, električna je čvrstoća uzduha između ravnih ploča 32 000 V/cm = 32 kV/cm. To znači: ako na 1 cm debljine zraka između ploča djeluje napon 32 kV, nastaje opasnost od preskoka iskre (vidi tablicu 5 na str. 204).

Električno naprezanje izolacije (jakost elektrostatskog polja E) računamo s pomoću jednadžbe:

$$E = \frac{U}{d},$$

gdje je U napon koji djeluje između krajeva izolatora debljine d (vidi sl. 27–1).



Slika 27-1

Vježbe

1 Koliko je napregnut 3 cm debeli sloj zraka između ploča pod naponom U = 100 kV (sl. 27–1)?

Jakost E elektrostatskog polja iznosi:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{100\,000\ \text{V}}{3\ \text{cm}} = 33\,333\ \frac{\text{V}}{\text{cm}} = 33{,}3\ \frac{\text{kV}}{\text{cm}}.$$

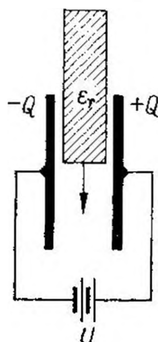
Udaljenost između ploča (3 cm) je premalena, jer napon U na tri centimetra debeloj zračnoj izolaciji toliko je velik da je prekoračena granica električne čvrstoće i postoji opasnost proboja izolacije.

Ovome se može doskočiti na tri načina: smanjenjem napona U, povećanjem razmaka ploča na, recimo, 5 cm, ili stavljanjem neke druge izolacije s većom električnom čvrstoćom, na primjer gumom (sl. 27–2).

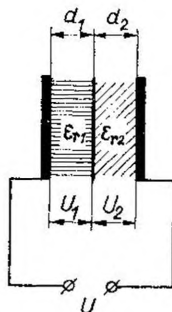
Iz tablice 5 vidimo da se čvrstoća gume kreće između 10 i 30 kV/mm, tj. između 100 000 i 300 000 V/cm, a relativna dielektričnost između 2,7 i 7 (ovisno o vrsti gume). U našem slučaju guma bi bila napregnuta sa 33,3 kV/cm. To znači da je u najlošijem slučaju sigurnost od proboja:

$$\frac{100 \text{ kV/cm}}{33{,}3 \text{ kV/cm}} = 3.$$

Umetanjem gume između ploča kondenzatora povećali smo njegov kapacitet, jer je $C = \varepsilon_r S/d$, a guma ima ε_r veći od zraka za koji je $\varepsilon_r = 1$.



Slika 27-2



Slika 27-3

2 Izolator debljine 2 mm probijen je naponom 30 kV. Kolika je bila njegova električna čvrstoća?

$$E = \frac{U}{d} = \frac{30\,000 \text{ V}}{2 \text{ mm}} = 15 \text{ kV/mm}.$$

3 Dva jednako debela sloja ($d_1 = d_2 = 2$ mm) dielektrika izoliraju dva vodiča i čine kondenzator s naponom $U = 10\,000$ V (sl. 27–3). Sloj drveta ima relativnu dielektričnost $\varepsilon_{r1} = 2$, a tinjac $\varepsilon_{r2} = 8$. Kako će se rasporediti napon izvora U na oba sloja i kako su napregnuti dielektrici?

Naponi U_1 i U_2 između granica (sl. 27–3) jednako debelih dielektrika neće biti jednaki. Napon izvora U raspodijelit će se na napone U_1 i U_2 koji su obrnuto proporcionalni odnosu dielektričnih konstanata, tj.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}} = \frac{8}{2} = 4,$$

$$U_1 = 4\,U_2; \; U = U_1 + U_2.$$

Imamo dvije jednadžbe sa dvije nepoznanice. Prvu jednadžbu uvrstit ćemo u drugu: $U = 4\,U_2 + U_2 = 5\,U_2$, $1\,000\text{ V} = 5\,U_2$, $U_2 = 2\,000\text{ V}$, $U_1 = 4\,U_2 = 8\,000\text{ V}$.

Iako su slojevi dielektrika jednako debeli nisu jednako napregnuti. Dielektrik s većom $\varepsilon_{r2} = 8$ manje je naprezan ($U_2 = 2\,000$ V) od dielektrika s manjom $\varepsilon_{r1} = 2$ ($U_1 = 8\,000$ V).

Naprezanje dielektrika zavisi o jakosti električnog polja E, tj. o naponu U i debljini dielektrika:

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{8\,000\text{ V}}{0{,}2\text{ cm}} = 40\text{ kV/cm}$$

$$E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{2\,000}{0{,}2\text{ cm}} = 10\text{ kV/cm}.$$

Zadatak je riješen. Kada bi bio samo jedan dielektrik npr. $\varepsilon_{r1} = 2$, ili samo $\varepsilon_{r2} = 8$, naprezanje E za cijeli dielektrik bilo bi manje:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{U_1 + U_2}{d_1 + d_2} = \frac{10\,000\text{ V}}{0{,}4\text{ cm}} = 25\text{ kV/cm}.$$

Naprezanje, a time i opasnost probijanja dielektrika $\varepsilon_{r1} = 2$ bit će to veća što je veća $\varepsilon_{r2} = 8$ drugog dielektrika. Zbog toga ne primjenjujemo takve složene izolacije koje imaju veoma različite dielektričnosti.

4 Treba izračunati naprezanje dielektrika u kondenzatoru iz prijašnjeg primjera, kada slojevi dielektrika nisu jednako debeli; drvo ima debljinu $d_1 = 0{,}2$ mm, a tinjac $d_2 = 3{,}8$ mm. Udaljenost ploča kondenzatora ostaje $d = d_1 + d_2 = 4$ mm (sl. 27—4).

Naprezanje dielektrika (jakost električnog polja) raspodijeli se obrnuto proporcionalno s dielektričnošću:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}} = \frac{8}{2} = 4; \quad E_1 = \frac{U_1}{d_1}; \quad E_2 = \frac{U_2}{d_2}.$$

Iz druge i treće jednadžbe dobit ćemo:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{d_1} \cdot \frac{d_2}{U_2} = \frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{d_2}{d_1}, \qquad \frac{U_1}{U_2} = \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{d_1}{d_2}.$$

Uvrstimo li ovamo odnos $E_1/E_2 = 4$, izlazi da je

$$\frac{U_1}{U_2} = 4\,\frac{0{,}2\text{ mm}}{3{,}8\text{ mm}} = 0{,}2105.$$

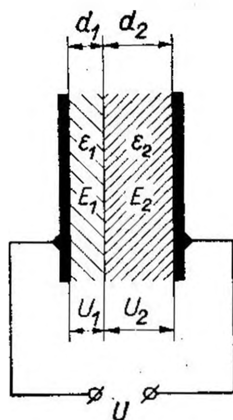
Budući da je $U = 10\,000\ \text{V} = U_1 + U_2$, a $U_1 = 0{,}2105\, U_2$, dobit ćemo dalje $10\,000\ \text{V} = 0{,}2105\ U_2 + U_2 = 1{,}2105\, U_2$, odakle je

$$U_2 = \frac{10\,000\ \text{V}}{1{,}2105} = 8\,260\ \text{V}.$$

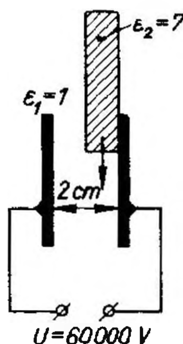
Stoga je naprezanje tinjca: $E_2 = U_2/d_2 = 8\,260\ \text{V}/3{,}8\ \text{mm} = 2{,}17\ \text{kV/mm}$, a naprezanje drveta:

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{U - U_2}{d_1} = \frac{1\,740\ \text{V}}{0{,}2\ \text{mm}} = 8{,}7\ \frac{\text{kV}}{\text{mm}}.$$

Pogledamo li tablicu 5 vidjet ćemo da je probojna čvrstoća drveta najviše 5 kV/mm. To znači da bi u našem slučaju drvo probilo!



Slika 27-4



Slika 27-5

5 Dvije metalne ploče, razmaknute 2 cm, priključene su na napon 60 000 V. Treba izračunati naprezanje zračnog dielektrika i naprezanje dielektrika načinjenog od sloja zraka i stakla, svaki debljine 1 cm (sl. 27—5).

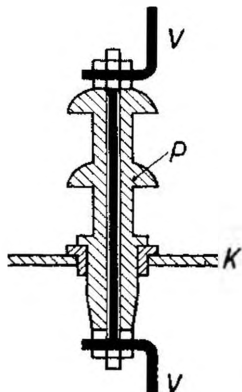
Dielektrik je samo uzduh. Električno naprezanje iznosi: $E = U/d = 60$ kV/20 mm $= 3$ kV/mm ($= 30\,000$ V/cm). Prijeti opasnost od proboja zraka.

Da bi se pojačala izolacija stavit ćemo 1 cm debeli sloj stakla s dielektričnošću $\varepsilon_{r2} = 7$. Naprezanje sloja uzduha: $E_1 = U_1/d_1$, a naprezanje sloja stakla: $E_2 = U_2/d_2$. Odavde je $E_1/E_2 = \varepsilon_{r2}/\varepsilon_{r1}$, jer je $d_1 = d_2$. To znači da je $E_1/E_2 = 7/1 = 7$, a time i $U_1 = 7\, U_2$. Iz $U = 60\,000\ \text{V} = U_1 + U_2$ izlazi da je $8\, U_2 = 60\,000$ V, $U_2 = 7\,500$ V, $E_2 = 7\,500$ V/cm, $U_1 = 52\,500$ V, $E_1 = 52\,500$ V/cm.

Naprezanje je uzduha, nakon stavljanja stakla, veće nego u prvom slučaju (bez stakla). Zrači dielektrik nismo pojačali, naprotiv stavljanjem stakla cijela kombinacija ima lošiju čvrstoću od samog uzduha.

Opasnost od preskoka iskre nastaje i onda ako unesemo 2 cm debeli sloj stakla, jer cijeli prostor ne možemo idealno ispuniti staklom, već ostanu veoma tanki slojevi (mjehurići) uzduha. Električnu čvrstoću prostora između vodiča s visokim naponom pojačat ćemo zato tvarima koje imaju malu dielektričnost ali veliku električnu čvrstoću (mineralna punila).

6 Između faznog vodiča V i kućišta K transformatora djeluje napon 22 000 V. Koliko je naprezanje porculanskog provodnika P, ako je udaljenost između vodiča i kućišta 3 cm (sl. 27–6)?



Slika 27-6

$$E = \frac{U}{d} = \frac{22\,000\ \text{V}}{3\ \text{cm}} = 7\,333\ \text{V/cm} = 7{,}33\ \text{kV/mm}.$$

Električna čvrstoća porculana je između 25 i 35 kV/mm.

Budući da porculan ima relativnu dielektričnost oko 6, u zračnom međuprostoru između porculana i vodiča V, K koncentrira se opasan napon, koji u primjeru ne uzimamo u obzir. (S električnom čvrstoćom izolatora bavi se praktična odnosno tehnička elektrostatika).

Zadaci

1. Koliko je naprezanje 5 mm debelog dielektrika kondenzatora koji je priključen na napon $U = 6\,000$ V (12 kV/cm)?

2. Dielektrikum debljine 2,5 mm probijen je kod napona 75 000 V. Kolika je bila električna čvrstoća dielektrika? Iz tablice 5 odredite o kakvom se materijalu radilo (30 kV/mm)?

TABLICA 4

Gustoća, specifična toplina i elektrokemijski ekvivalenti

Materija	Kem. oznaka	Gustoća kg/dm^3	Specifič. toplina kJ/kg °C	Elektrokemijski akvivalent A	
				mg/As	g/Ah
Aluminij	Al	2,70	0,896	3 : 0,093	3 : 0,335
Bakar	Cu	8,93	0,383	2 : 0,329 1 : 0,659	2 : 1,185 1 : 2,371
Cink	Zn	7,14	0,385	2 : 0,338	2 : 1,219
Kisik	O	0,00143	0,913	2 : 0,083	2 : 208,4 cm^3
Kositar	Sn	7,28	0,226	4 : 0,307 2 : 0,615	4 : 1,107 2 : 2,214
Krom	Cr	7,1	0,45	3 : 0,179 2 : 0,269	6 : 0,323 3 : 0,646 2 : 0,970
Nikal	Ni	8,85	0,446	3 : 0,203 2 : 0,304	3 : 0,729 2 : 1,094
Olovo	Pb	11,34	0,128	4 : 0,537 2 : 1,0735	4 : 1,932 2 : 3,865
Srebro	Ag	10,5	0,234	1 : 1,118	1 : 4,024
Ulje (transformatorsko)	—	0,87	1,88	—	—
Uzduh	—	0,001293	1,005	—	—
Voda	H_2O	1,00	4,18	—	—
Vodik	H	0,000089	14,245	1 : 0,01044	1 : 0,0376 = 417,2 cm^3
Željezo	Fe	7,87	0,465	3 : 0,193 2 : 0,289	3 : 0,694 2 : 1,041
Živa	Hg	13,55	0,138	2 : 1,039 1 : 2,071	2 : 3,442 1 : 7,456

* Cijeli brojevi 2, 3, 4 itd. uz elektrokemijski ekvivalent znače valenciju materije u elektrolitu.

TABLICA 5

Svojstva nekih izolatora

Izolator	Probojna čvrstoća kV/mm	Relativna dielektričnost ε_r	Električna otpornost ρ Ωm
Bitumen	10 ... 60	2,4 ... 3,3	10^{12}
Drvo, suho	0,3 ... 5	1,1 ... 4,3	40 ... 10^{9}
Epoksidi	20 ... 90	3,6 ... 4,2	10^{12} ... 10^{16}
Guma	10 ... 30	2,7 ... 7	10^{14} ... 10^{15}
Kaučuk	15 ... 140	2,5 ... 5	10^{11} ... 10^{13}
Mikanit	20 ... 40	2,5 ... 5,5	10^{13}
Mramor	1,4 ... 2,8	7 ... 9	10^{6} ... 10^{8}
Parafin	8 ... 30	2,1 ... 5	10^{12} ... 10^{16}
Polietilen	16 ... 50	2,2 ... 3,7	10^{13} ... 10^{16}
Polistirol	50 ... 70	2,3 ... 2,8	10^{12} ... 10^{17}
Polivinil klorid	40 ... 75	3,1 ... 12	10^{9} ... 10^{14}
Porculan	25 ... 35	≈ 6	10^{9} ... 10^{10}
Prešpan	10 ... 32	4,3 ... 4,5	
Staklo, obično	10 ... 45	3 ... 10	10^{9} ... 10^{15}
Staklo, kremeno	35 ... 40	4 ... 4,7	10^{17} ... 10^{18}
Steatit	18 ... 45	5 ... 6,5	10^{9} ... 10^{13}
Tinjac	25 ... 70	4 ... 9	10^{11} ... 10^{15}
Ulje, transformatorsko	8 ... 30	2 ... 2,5	10^{11} ... 10^{12}
Ulje, silikonsko	10 ... 30	2,2 ... 3	10^{11} ... 10^{14}
Uljani papir	30 ... 100	1,5 ... 4,2	—
Uljano platno	30 ... 80	3,5 ... 7	—

LITERATURA

H. Hübscher, Osnove elektrotehnike, IRO Tehnička knjiga, Zagreb, 1981.

T. Jelaković, Uvod u elektrotehniku i elektroniku, Tehnička knjiga, Zagreb, 1967.

D. Kaiser, Elektrotehnika – osnovi, Tehnička knjiga, Zagreb, 1970.

V. Klepl, Základy elektrotechniky v příkladech, SNTL, Praha, 1970.

H. Lindner, Elektro-Aufgaben, VEB Fachbuchverlag, Leipzig, 1981.

H. Meluzin, Elektrotehnika na lak način, IRO Tehnička knjiga, Zagreb, 1986.

H. Meluzin, Názorna elektrotechnika I, II, III, SVTL, Bratislava, 1967.

V. Pinter, Osnovi elektrotehnike I i II, IRO Tehnička knjiga, Zagreb, 1988.

PRVI PUT U JUGOSLAVIJI

U PRODAJI

H. Meluzin: Elektrotehnika na lak način u 1054 pitanja i odgovora te 1009 slika

Format: 17 × 24 cm, tvrdo ukoričeno, plastificirano, 512 stranica. *Sadrži:* Osnove elektrotehnike, kućne instalacije, osvjetljenje, razvodna postrojenja, električne strojeve, električne željeznice, elektromotorne pogone itd.

Knjiga je rješenjem Republičkog komiteta za prosvjetu, kulturu, fizičku i tehničku kulturu odobrena za upotrebu u školama kao literatura za usmjereno obrazovanje u elektrotehničkoj struci i u ostalim strukama u kojima se izučava predmet elektrotehnika.

U PRIPREMI

H. Meluzin: Vježbe i zadaci iz elektronike

Iz sadržaja: Otpornici, kondenzatori, zavojnice; Poluvodičke diode; Tranzistori; Elektronke; Rezonantni krugovi; Ispravljači i stabilizatori; Sklopni i regulacijski krugovi s tiristorom; Pojačala; Oscilatori; Modulacija i miješanje; Radiotehnika; Televizijska tehnika; Antene i visokofrekventni vodovi; Impulsna tehnika; Elektroakustika; Telefonija; Releji; Akumulator u dojavnoj tehnici.

Narudžbe i predbilježbe prima:

IRO Tehnička knjiga, Prodajni odjel
41000 Zagreb, Branimirova 25
Tel. 431-315.

PRVI PUT U JUGOSLAVIJI